

RESERVADO

HB241.233 1994

PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FACTORES: CARACTERIZAÇÃO DAS QUESTÕES TEÓRICAS
SUBJACENTES À SUA DEFINIÇÃO E MEDIDA

Paula Luísa de Carvalho Cabral

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em
Economia, realizada sob a orientação do Professor
Doutor José António Pereirinha

Lisboa 1994



Introdução	3
Cap.1 - Análise do conceito de Produtividade Total dos Factores à luz da teoria do crescimento neo-clássica. Alguns desenvolvimentos	10
Cap.2 - Questões que se colocam à definição e medida do produto	25
2.1 - Construção de deflatores. Inclusão de alterações de qualidade	27
2.2 - Distinção entre produto líquido e produto bruto	34
2.3 - Conceito e medida do produto no sector dos serviços	38
2.3.1 - Definição geral do problema	41
2.3.2 - Alterações de qualidade nos serviços	45
2.3.3 - O produto do sector bancário	49
2.3.4 - O produto do sistema educacional	54
Cap.3 - Definição e medida dos factores de produção: trabalho e capital	59
3.1 - O factor trabalho	60
3.2 - O factor capital	68

Cap.4 - Questões teóricas relacionadas com a agregação do produto e dos factores	85
4.1 - Condições necessárias e suficientes para a agregação do capital	88
4.2 - Condições necessárias e suficientes para a agregação do trabalho e do produto	103
4.3 - Algumas extensões ao problema da agregação do capital	109
 Cap.5 - Diferentes métodos de medida da evolução da Produtividade Total dos Factores	 112
5.1 - Introdução às diferentes abordagens da medida	113
5.2 - A abordagem Divisia	117
5.3 - A abordagem dos números índices superlativos	122
5.3.1 - Conceitos estatísticos básicos	124
5.3.2 - Conceitos micro-económicos básicos	127
5.3.3 - Índices de produtividade - alguns resultados relevantes	131
5.4 - A abordagem econométrica	145
 Conclusão	 152
 Referências bibliográficas	 155

INTRODUÇÃO

Ao elaborar esta tese pretendeu-se fazer uma revisão teórica (que, pela extensão do tema, é necessariamente não exaustiva), dos problemas que se levantam a propósito da definição do conceito de produtividade total dos factores e sua medição e, com eles associados, das questões relativas à definição e medida do produto e dos factores, e da função de produção que lhe está subjacente.

O conceito de produtividade total dos factores é um conceito nuclear para a avaliação da política económica, mas que nem sempre tem sido tratado da forma mais correcta, pois muitas vezes utiliza-se em sua substituição o conceito de produtividade do trabalho, essencialmente devido à inexistência de dados para a sua determinação, mas também porque a sua definição e medida é bastante mais complexa do que à primeira vista se poderá supôr.

As definições habituais de produtividade total dos factores são basicamente muito simples e gerais: produtividade é um rácio, uma relação, entre a quantidade produzida de produto(s) e a quantidade utilizada de factores, em termos físicos. No entanto, quando se procura formalizar o conceito, em termos teóricos ou empíricos, levantam-se várias questões quer a nível do próprio conceito, que tem diferentes significados para diferentes pessoas e/ou diferentes enquadramentos / situações, quer a nível da definição e medida do produto, dos factores de produção e do tipo de rácio que se vai utilizar.

Na hipótese de estudo de uma empresa que produz um só produto (homogéneo), possível de medir em unidades físicas (quantidades), com um só factor, possível de medir em unidades físicas ou técnicas, a definição de produtividade não levanta problemas, pois esta é dada pelo rácio entre a quantidade produzida do produto e a quantidade utilizada do factor.

Mas não existe um só produto nem um só factor nem uma só empresa. E nem sempre é possível medir o produto e os factores em termos físicos.

Assim, quando temos um produto homogéneo (considerando ainda esta hipótese simplificadora) e mais do que um factor, a produtividade pode ser medida de dois modos: relacionando o produto com um único factor ou com uma combinação dos factores. No primeiro caso temos o conceito de produtividade do factor, cuja versão mais utilizada é a produtividade do trabalho porque é mais fácil de medir do que a outros factores, em especial quando a medida do trabalho é baseada no número de trabalhadores ou no número de horas de trabalho, ignorando diferenças de especialização ou de níveis de salário.

No segundo caso (sem perda de generalidade por se considerar ainda um só produto), deve analisar-se a produtividade total dos factores, ou seja, a relação entre a quantidade produzida do produto e os factores trabalho e capital (que inclui recursos naturais, estruturas, equipamentos, materiais, componentes). Neste caso a produtividade total será uma média ponderada de produtividades parciais , em que as ponderações vão depender consoante estamos a estudar uma empresa, um sector ou a economia. Nesta dissertação optou-se por analisar este tipo de produtividade, porque cada vez mais são utilizados outros factores que não o trabalho e porque, dum ponto de vista

empírico mas de extrema importância, começam a surgir nos países ocidentais séries de medida do capital, que tornam a análise mais interessante.

A análise vai ser feita num contexto económico, de longo prazo, e não do ponto de vista das organizações. Também vai ser excluída a análise dos factores determinantes de alterações da produtividade (neste caso nem a nível económico nem a nível das empresas), nomeadamente os que estiveram na base da desaceleração da produtividade verificada nas décadas de 70 e 80, temas interessantes mas que iriam tornar muito longa e pesada uma tese de mestrado. Optou-se antes por uma definição dos problemas subjacentes à medida da produtividade.

O conceito de produtividade tem raízes no conceito técnico de função de produção, segundo o qual o volume de produto depende do volume de factores utilizados na produção e da tecnologia existente. Colocando a questão de uma forma muito simples, mas sem perda de generalidade, com o avanço da tecnologia, reflectindo-se em deslocamentos da função de produção, mais (e/ou melhores) produtos podem ser produzidos com os mesmos factores, isto é, a produtividade aumenta. Este aumento pode ser medido por um rácio entre a quantidade produzida do(s) produto(s) e a quantidade utilizada dos factores.

Começar-se-á por fazer, no capítulo 1, uma breve resenha sobre o "resíduo" de Solow (a medida mais utilizada na medida da evolução da produtividade), que tem subjacente a relação entre os deslocamentos da função de produção e os rácios de produtividade, que se calculam na prática. Neste capítulo pretende-se fazer o enquadramento do conceito de produtividade total dos

factores na teoria do crescimento económico e caracterizar, à luz da teoria neoclássica (a teoria que habitualmente serve de suporte à análise desta questão), a evolução no modo de definir o crescimento da produtividade total dos factores. Dada a importância que os desenvolvimentos mais recentes da nova teoria do crescimento económico endógeno vieram introduzir no estudo de problemas de crescimento, em particular no estudo do conceito de produtividade total, também será feita alusão às ideias mais relevantes dessa teoria neste campo, apesar da sua utilização a nível empírico ser ainda bastante incipiente.

Nos capítulos que se seguem pretende-se analisar cada um dos elementos que caracterizam o resíduo de Solow, ou de uma sua versão mais avançada, e no último capítulo apresentar algumas das formas de determinação empírica dessa medida.

A nível do produto colocam-se questões quer na sua definição, que varia ao longo do tempo e de acordo com o estudo que está a ser realizado, quer a nível da sua agregação. No capítulo 2 serão analisadas as seguintes questões: Como medir produtos cujas características se podem alterar ao longo do tempo? Que deflatores de preços utilizar para converter o produto em valor no produto em volume? (sub-capítulo 2.1). A nível da economia que agregado das contas nacionais utilizar? Deve-se corrigir este agregado? (sub-capítulo 2.2). Como definir o produto de diferentes sectores dos serviços? (sub-capítulo 2.3).

Neste trabalho, não será abordada a questão da incorporação de externalidades no produto. Os benefícios sociais de se ter o ar menos

poluído, os locais de trabalho mais seguros, menos ruído ou água mais pura, devem ser levados em conta na valorização do produto, mas não vão aqui ser considerados. Também não serão consideradas as questões relativas à definição de produto da economia paralela nem do trabalho doméstico.

O conceito de produto que vai ser analisado ao longo deste trabalho é o conceito de valor acrescentado (isto é, a diferença entre o valor da produção total e o valor de consumos intermédios, ou a soma do valor da remunerações dos factores produtivos), por ser o que tem sido habitualmente utilizado nos estudos teóricos e empíricos. No entanto, contribuições recentes têm sido feitas no sentido de estudar a produtividade dos sectores com base na produção total, isto é, analisando explicitamente os consumos intermédios.

Também em relação à definição e medida dos factores de produção surgem problemas, em particular a nível do capital. No capítulo 3 pretendem-se sistematizar as questões que estão subjacentes à definição e medida dos factores de produção, trabalho (sub-capítulo 3.1) e capital (sub-capítulo 3.2), deixando-se deste modo de lado as questões relacionadas com a medida dos consumos intermédios. Assim, será abordado o problema da medida dos factores ao longo do tempo, nomeadamente como incorporar informação sobre a evolução dos perfis de qualificação dos trabalhadores, alterações de qualidade nas máquinas e outros equipamentos, alteração da força de trabalho e do stock de capital existente.

No contexto da análise da produtividade total dos factores, a nível teórico tem interesse estudar as restrições impostas pela agregação ao modelo da

função de produção neoclássica, que pressupõe a existência de produtos e factores homogéneos, e agregáveis, condição que geralmente não se verifica, tornando desse modo mais complexo, mas também mais interessante, o estudo da agregação de produtos e factores. Assim, no capítulo 4 será analisada a complexa questão de como agregar unidades heterogeneas do produto e dos factores a nível da empresa, da indústria, do sector e da economia. Serão apresentadas as condições necessárias e suficientes para a agregação do capital, supondo que o trabalho e o produto são homogéneos (sub-capítulo 4.1), as condições impostas à agregação do trabalho e do produto, considerando o capital como homogéneo (sub-capítulo 4.2), e algumas extensões à análise da agregação do capital (sub-capítulo 4.3).

O capítulo 5 é a sequência lógica do capítulo anterior pois vai resumir como é que o problema da agregação tem sido ultrapassado no que diz respeito à medição da produtividade, quer em termos teóricos, quer em termos práticos. Nesse âmbito, o objectivo deste capítulo é o de caracterizar a fundamentação teórica subjacente às diferentes abordagens paramétricas utilizadas na medida das alterações da produtividade total dos factores, e apresentar índices que possam ser utilizados empiricamente. Começar-se-á por fazer uma breve introdução em que se comparam as diferentes abordagens de tratamento da medida de evolução da produtividade total dos factores (sub-capítulo 5.1). Segue-se a descrição sumária da abordagem dos índices Divisia, que foi a abordagem mais utilizada na medida da produtividade (sub-capítulo 5.2), mas que tem a grande limitação, em termos de análise empírica, de utilizar o tempo como uma variável contínua. Existem no entanto outros tipos de índices que, por não terem esta limitação e por estarem ligados a determinadas formas funcionais, são considerados mais adequados para o

estudo da evolução da produtividade (sub-capítulo 5.3). Por fim, apresentar-se-á uma breve resenha dos pontos fundamentais da utilização da abordagem econométrica na medida das alterações da produtividade (sub-capítulo 5.4).

Esta tese terminará com um capítulo de conclusões. De um tema tão vasto e já estudado por tantos autores, nada de novo poderia surgir numa tese de mestrado, em que não se pretendeu mais do que fazer um "survey" sistemático das principais ideias relacionadas com a medida e definição da produtividade total dos factores, tal como se encontram na literatura económica recente, e o levantamento, e sistematização, dos principais problemas teóricos que a este respeito se colocam, bem como procurar uma fundamentação teórica dos índices que vêm sendo utilizados em trabalhos empíricos.

Uma nota final para referir que devido à maioria dos textos, que constituem a bibliografia desta tese, ser redigida em língua estrangeira, as citações feitas e traduzidas para português são da minha inteira responsabilidade. No entanto, alguns termos permaneceram na língua original (inglês) dado que a sua tradução em português ainda não se encontra vulgarizada.

Capítulo 1 - ANÁLISE DO CONCEITO DE PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FACTORES À LUZ DA TEORIA NEOCLÁSSICA DO CRESCIMENTO. ALGUNS DESENVOLVIMENTOS.

Neste capítulo pretende-se fazer o enquadramento do conceito de produtividade total dos factores na teoria económica. Porquê na teoria do crescimento económico? Porque "o crescimento da produtividade é essencialmente um assunto de longo prazo. Na verdade, pode-se dizer sem exagerar que no longo prazo provavelmente nada é tão importante para o bem-estar económico como a taxa de crescimento da produtividade. (...) É somente no longo prazo que o crescimento da produtividade faz uma grande diferença para o bem-estar das populações, e é somente no longo prazo que o crescimento da produtividade está sujeito a alterações fundamentais." [BAUMOL, 1991, pg.1,2]

Assim, neste capítulo pretende-se caracterizar, à luz da teoria neoclássica (a teoria que habitualmente serve de suporte à análise desta questão), a evolução no modo de definir o crescimento da produtividade total dos factores⁽¹⁾. Dada a importância que os desenvolvimentos mais recentes da nova teoria do crescimento económico vieram introduzir no estudo de problemas de crescimento, em particular no estudo do conceito de produtividade total, também será feita alusão às ideias mais relevantes

(1) *Deve-se referir que o nível da produtividade para uma unidade económica (empresa, sector, etc.) para um só período não tem significado. O significado advém de se fazerem comparações de rácios para empresas, indústrias, sectores ou economias ao longo do tempo (taxas de variação), ou de se fazerem comparações de níveis (e variações) da produtividade entre empresas semelhantes, entre as mesmas indústrias e sectores em diferentes países, ou entre diferentes economias. Isto é, as medidas de produtividade assumem significado em comparações inter-temporais ou inter-espaciais.*

dessa teoria neste campo, apesar da sua utilização a nível empírico ser ainda bastante incipiente.

A medida do crescimento da produtividade total dos factores está ligada ao conceito de progresso tecnológico, pois tende-se a " pensar na produtividade como medida do estado corrente da tecnologia utilizada para produzir bens e serviços numa economia (ou indústria ou empresa)," e a " interpretar as variações nessa medida como reflectindo 'progresso tecnológico'", sendo geralmente identificadas com "deslocamentos da fronteira de possibilidades de produção." [GRILICHES, 1987, pg.1010]

Os trabalhos de Abramovitz, Solow e Kendrick na década de 50 mostraram que o crescimento moderno da economia dos Estados Unidos da América (EUA) foi em grande parte devido ao aumento de eficiência no uso dos factores produtivos e não devido ao aumento da quantidade dos factores. A explicação encontrava-se nos avanços tecnológicos realizados, nas alterações da composição da força de trabalho, investimentos em capital humano, economias de escala, e outros, isto é, a explicação do crescimento económico parecia residir fora das preocupações tradicionais dos economistas, constituindo uma hipótese residual. Assim, os rácios do crescimento da produtividade total têm sido referidos como medidas do resíduo, dado que uma variação na produtividade igualiza aproximadamente a parte da variação no produto que não é explicada por variações nos factores incluídos no rácio. Por esta razão a medida da produtividade residual foi também chamada de 'medida da nossa ignorância', dado que incluía muitos elementos que contribuíam para o aumento da produtividade mas que não eram identificáveis isoladamente.

No seu texto teórico de 1956, " A Contribution to the Theory of Economic Growth", Solow expôs o modelo de crescimento económico neoclássico. Nesse modelo admite a possibilidade de avanço tecnológico que faz deslocar a função de produção. No texto empírico de 1957 [Solow, 1957] Solow desenvolveu o que é hoje a abordagem dominante da medida do crescimento da produtividade⁽²⁾.

O modelo de Solow, na sua versão de 1957 [Solow, 1957], pode ser descrito, resumidamente, do seguinte modo:

Considere-se uma função de produção agregada:

$$(1.1) \quad Y(t) = F(K(t), L(t), t) ,$$

em que Y representa o produto, K e L representam os factores de produção capital e trabalho em unidades físicas, respectivamente, e t é o tempo e representa o progresso técnico. Neste é incluído qualquer tipo de deslocamento da função de produção. As hipóteses base deste modelo são as de que existe concorrência perfeita no mercado dos factores e rendimentos constantes à escala.

No caso especial de progresso técnico neutro à Hicks⁽³⁾ a função de produção

(2) Para medir o deslocamento da função de produção, Solow propôs que se subtraísse um índice Divisia do crescimento dos factores dum índice Divisia do crescimento do produto (a definição do conceito de índice Divisia é feita no sub-capítulo 5.2)

(3) Cabe aqui fazer a distinção entre progresso técnico (PT) neutro, PT "factor saving" e PT "factor augmenting". Ahmad [AHMAD, 1991, pg.42/57] faz esta distinção do seguinte modo: Neutralidade, e 'não neutralidade', descrevem a relação entre a função de produção de um dado bem antes duma alteração técnica (invenção) e a função

toma a forma:

de produção do mesmo bem após a invenção. O conceito tem sido utilizado no contexto da teoria neo-clássica, em que para dois factores, capital e trabalho, a forma genérica da função produção é dada por:

$$(i) \quad Y = F(K, L),$$

em que Y designa o produto, e K e L os factores capital e trabalho, respectivamente. O produto marginal do capital, F_K , é igual ao rendimento (ou renda) de uma unidade de capital, e o produto marginal do trabalho, F_L , é igual à taxa de salário. Assim, KF_K / LF_L é o rácio do "share" do capital em relação ao trabalho, ou o "share" relativo dos factores.

Uma invenção é neutra se não altera os "shares" relativos dos factores, mantendo-se tudo o resto constante.

Foram definidos três conceitos de neutralidade: 1) Neutralidade à Hicks: dados os montantes absolutos ou relativos dos factores, após a invenção os "shares" relativos dos factores permanecem constantes. 2) Neutralidade à Harrod : dada a produtividade marginal do capital, após a invenção os "shares" relativos dos factores permanecem constantes. 3) Neutralidade à Solow: dada a produtividade marginal do trabalho, após a invenção os "shares" relativos dos factores permanecem constantes.

"Factor saving" também é medido em termos de "shares" relativos. Quando uma invenção é não neutra, ou é trabalho "saving" (capital "using") ou é capital "saving" (trabalho "using"). Se é trabalho "saving" o "share" relativo do trabalho torna-se mais pequeno após a invenção, mantendo-se tudo o resto constante. Se é capital "saving" o "share" relativo do capital torna-se mais pequeno após a invenção, mantendo-se tudo o resto constante.

"Factor augmentation" é definido em termos da capacidade do PT aumentar a produção, aumentando a eficiência dos factores de produção.

Segundo Bliss (1968) a forma geral da função de produção incorporando PT pode ser descrita por:

$$(ii) \quad Y = F(K, L, t),$$

em que t designa o PT. Uma função de produção que seja somente PT trabalho "augmenting" terá a forma :

$$(iii) \quad Y = F(K, \beta(t)L),$$

em que β é a função do índice de PT. Do mesmo modo, pode-se escrever uma função de produção que seja somente PT capital "augmenting" como:

$$(iv) \quad Y = F(\alpha(t)K, L).$$

No caso de ser uma função com PT trabalho e capital "augmenting", temos

$$(v) \quad Y = F(\alpha(t)K, \beta(t)L). \text{ Se } \alpha = \beta = \lambda, \text{ obtém-se:}$$

$$(vi) \quad Y = F(\lambda(t)K, \lambda(t)L),$$

que com rendimentos constantes à escala será:

$$(vii) \quad Y = \lambda(t)F(K, L), \text{ isto é,}$$

passa-se de factor "augmentation" para produto "augmentation". Assim, "factor augmentation" é um caso particular de PT.

Se a eficiência dos dois factores aumentar na mesma proporção e se assumirmos rendimentos constantes à escala, temos (vii). Demonstra-se [AHMAD, 1991, pg.49/50] que o PT representado por (vii) é condição necessária e suficiente para a neutralidade à Hicks. Também se demonstra [AHMAD, 1991, pg.51/55] que o PT representado por (iii) é condição necessária e suficiente para a neutralidade à Harrod, e do mesmo modo, que (iv) é condição necessária e suficiente para a neutralidade à Solow.

$$(1.2) \ Y = A(t).f(K(t),L(t)),$$

em que $A(t)$ mede os efeitos acumulados no tempo de variações na função de produção (progresso técnico não incorporado).

Diferenciando totalmente (2) em relação ao tempo e dividindo por Y , tem-se (abstraindo da utilização do argumento (t) para simplificar a notação):

$$(1.3) \ \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\dot{K}}{Y} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\dot{L}}{Y},$$

em que os $\dot{}$ significam derivadas em relação ao tempo.

Definindo $\omega_K = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y}$ e $\omega_L = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y}$, como as elasticidades do produto em relação ao capital e ao trabalho, respectivamente, e substituindo em (3) obtém-se:

$$(1.4) \ \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \omega_K \frac{\dot{K}}{K} + \omega_L \frac{\dot{L}}{L}, \text{ ou}$$

$$(1.5) \ \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \omega_K \frac{\dot{K}}{K} - \omega_L \frac{\dot{L}}{L}.$$

Como existe concorrência perfeita e rendimentos constantes à escala:

$$(1.6) \ \omega_K = s_K \text{ e } \omega_L = s_L, \quad s_K + s_L = 1$$

em que $s_K = \frac{p^K K}{q Y}$ e $s_L = \frac{p^L L}{q Y}$ são os "shares" dos factores capital e trabalho, respectivamente, no custo total, p^K e p^L são os preços dos factores e q é o preço do produto.

Assim,

$$(1.7) \ \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - s_K \frac{\dot{K}}{K} - s_L \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{Y}}{Y} - s_K \frac{\dot{K}}{K} - (1-s_K) \frac{\dot{L}}{L}.$$

A estatística do lado esquerdo da equação é o "resíduo de Solow". É a diferença entre a taxa de crescimento do produto e as taxas de crescimento ponderadas dos factores, que mais tarde ficou conhecida como a medida do crescimento da produtividade total dos factores, porque, ao contrário de medidas que consideram só o produto e o factor trabalho, entra em conta com o factor capital, e de uma forma mais geral, com quaisquer outros tipos de factores. Calculado deste modo, Solow obteve um valor que foi considerado por outros autores como muito elevado, continuando, assim, uma parte significativa do crescimento do produto por explicar.

Com o tempo a formulação neoclássica progrediu, tendo-se seguido uma longa sequência de extensões e uma vasta bibliografia de estudos empíricos sobre o crescimento dos países industrializados mais importantes e das suas indústrias. Foram utilizadas várias formas para a função de produção, foram desenvolvidos modelos em que se tenta explicar o crescimento da produtividade pelos factores que são determinantes para a sua evolução, e também modelos em que o progresso técnico passou a ser incorporado nos factores, em especial no novo capital físico.

A análise da produtividade pode ser feita a partir dos agregados da Contabilidade Nacional na óptica do crescimento (numa abordagem que tem sido utilizada ao longo dos anos para estudos empíricos comparativos entre países), ou pode ser feita a nível micro com base na análise , mais ou menos detalhada, dos diferentes sectores económicos, em que a variável Investigação e Desenvolvimento (I&D) representa um papel importante no estudo inter-indústrias.

No caso da análise baseada nos agregados da Contabilidade Nacional na óptica do crescimento é de salientar o texto de Maddison [MADDISON, 1987], que resume várias metodologias utilizadas até à data nesse campo, para determinação da produtividade do trabalho, da produtividade do capital e da produtividade total dos factores, e propõe uma nova medida do resíduo. O texto foi escrito com o objectivo de clarificar as causas da aceleração e desaceleração do crescimento desde 1913 a 1984, usando um conjunto de dados das contas nacionais, na óptica do crescimento, para seis países industrializados, França, Alemanha, Japão, Holanda, Reino Unido e Estados Unidos da América (EUA). O texto segue em traços gerais a abordagem neoclássica no contexto da função de produção agregada, expondo para cada metodologia os critérios que estiveram na base da escolha dos conceitos subjacentes a essa função.

A determinação da produtividade total dos factores é feita por Maddison em três "etapas", de acordo com as formulações utilizadas pelos diferentes autores analisados. Em primeiro lugar, Maddison calcula a produtividade total com base numa formalização simples, em tudo semelhante à de Solow (função de produção Cobb-Douglas, com rendimentos constantes à escala):

$$(1.8) \quad \dot{\Pi}^3 = \dot{O} - a\dot{L} - (1-a)\dot{K},$$

em que \dot{O} é a taxa de crescimento do produto, \dot{L} a taxa de crescimento do factor trabalho e \dot{K} a taxa de crescimento do factor capital. Dado que este valor, como já foi referido anteriormente, é considerado elevado Maddison calcula

$$(1.9) \quad \dot{\Pi}^4 = \dot{O} - a\dot{L}^* - (1-a)\dot{K}^*,$$

em que * significa "factor augmenting", isto é, incorporação da 'variável qualidade' nas estimativas dos factores. Este resíduo pode ser

conceptualmente diferente para diferentes autores⁽⁴⁾.

Na metodologia proposta por Maddison é incluída mais uma variável no cálculo da produtividade, a variável S. Assim,

$$(1.10) \quad \dot{\Pi}^5 = \dot{O} - a\dot{L}^* - (1-a)\dot{K}^* - \dot{S},$$

é o resíduo que contém as influências no crescimento do produto não medidas incluindo, progresso técnico não incorporado, erros estatísticos e outros erros. Tal como $\dot{\Pi}^4$ este resíduo pode ser conceptualmente diferente consoante os autores. Para Maddison, S é um conjunto de nove influências suplementares⁽⁵⁾ sobre o crescimento do produto, porque de acordo com o autor " mesmo a versão 'augmented' da produtividade total dos factores ainda deixa uma parte significativa do crescimento por explicar, em particular a aceleração do crescimento na idade de ouro (1950-73) ". [MADDISON, 1987, pg.665]

A conclusão de Jorgenson [JORGENSEN, 1990⁽⁶⁾, pg.26] é a de que "o modelo da

(4) *Os diferentes conceitos de produto e de factores de produção serão analisados nos capítulos 2 e 3.*

(5) *Os nove factores suplementares são: alterações na estrutura económica; o processo de convergência ("catch-up") dos seguidores em relação ao líder (EUA); efeitos de comércio externo; economias de escala a nível nacional; explosão do preço do petróleo no período 1973-84 e consequente economia de energia; efeitos de descoberta de recursos naturais; custos da regulamentação do governo e do crime; efeitos de capacidade de utilização, etc.. [MADDISON, 1987,pg.665/666]*

(6) *De referir que este texto é a continuação dum trabalho (livro) que Jorgenson escreveu em 1987 com Gollop e Fraumeni [JORGENSEN, GOLLOP, FRAUMENI, 1987] sobre o crescimento e a produtividade nos EUA, a nível sectorial e a nível agregado da economia, em que desenvolvem uma metodologia própria, baseada num modelo de comportamento do produtor que permite uma análise das fontes de crescimento no produto para sectores industriais individuais.*

função de produção agregada usado na análise do crescimento económico feita por Denison, Kendrick, Kuznets, Maddison, Solow, Tinbergen, e uma longa lista de outros autores é apropriada para estudar tendências de crescimento de longo prazo. No entanto, esse modelo é altamente inadequado para analisar as fontes de crescimento em períodos mais curtos. De facto, o modelo da função de produção agregada tornou-se um sério obstáculo à compreensão das causas da desaceleração no crescimento económico dos EUA e de outros países industrializados no período 1973-79." No seguimento desta ideia Jorgenson [1990] apresenta uma resenha da análise metodológica (teórica e prática) sobre o crescimento e a produtividade nos EUA a partir de funções de produção para cada sector, em que fazem o produto depender do tempo e do capital, do trabalho e de factores intermédios, e em que se inclui a 'qualidade' nos factores trabalho e capital.

No contexto da teoria neoclássica, a hipótese de progresso técnico incorporado⁽⁷⁾ tem sido colocada de diferentes modos:

(7) Cabe aqui fazer a distinção entre progresso técnico (PT) "factor augmenting" e progresso técnico incorporado, tendo presente que o primeiro conceito foi definido na nota (3). Ahmad [AHMAD, 1991, pg.57/63], faz esta distinção do seguinte modo:

Uma invenção é não incorporada (PT não incorporado) se aumenta a eficiência dos factores de produção independentemente da data em que uma dada unidade dum factor começa a ser utilizada. Por outro lado PT incorporado é aquele em que só as unidades que começaram a ser utilizadas após a invenção a incorporam. Neste caso a função de produção terá de ser separada em pelo menos 2 momentos: antes da invenção e depois da invenção. O PT pode ser incorporado em qualquer dos factores de produção.

Deste modo PT incorporado, por exemplo no capital é um conceito diferente de PT capital "augmenting": Se a função de produção fôr sempre:

$$(i) \quad Y = F(\alpha(t)K, L),$$

o PT é capital "augmenting" e não incorporado. Se por outro lado, a função fôr:

$$(ii) \quad Y = F(K, L), \text{ antes da invenção, e após a invenção tomar a forma}$$

$$(iii) \quad Y = F(\alpha(t)K, L), \text{ então o PT é incorporado.}$$

Assim, o conceito de capital "augmentation" pode ser aplicado a PT

- Nos modelos de geração de capital, que têm em conta a possibilidade de que certos avanços tecnológicos são incorporados sob a forma de novo capital físico. De referir o texto de Intriligator [INTRILIGATOR, 1992] em que é feita uma resenha dos principais estudos relacionados com a hipótese de incorporação do progresso técnico nos factores de produção, em particular no factor capital⁽⁸⁾.

- No stock de capital humano, por exemplo, educação, "on-the-job training", composição idade-sexo da força de trabalho, duração da semana de trabalho, distribuição dos trabalhadores entre empregos, e que dão origem a progresso técnico incorporado no trabalho, pois melhoram a qualidade do factor trabalho e poderão ter propriedades semelhantes à incorporação de progresso técnico no capital físico⁽⁹⁾.

- Introduzindo a variável I&D (Investigação e Desenvolvimento) como outra variável explicativa do crescimento do produto. Não é mais do que um desenvolvimento dos modelos de geração de capital em que a I&D é tratada como um outro tipo de capital que tem de ser acrescentado a uma lista de variáveis da função de produção agregada. [GRILICHES, 1988]

Os modelos da nova teoria do crescimento endógeno têm como ponto central o

incorporado e não incorporado, não sendo uma condição necessária nem suficiente para PT incorporado no capital (demonstração em AHMAD [1991 pg.57/58]).

⁽⁸⁾ *Uma análise mais detalhada será feita no sub-capítulo 3.1.*

⁽⁹⁾ *Estes aspectos serão analisados com algum detalhe no sub-capítulo 3.2.*

papel do progresso técnico e a sua determinação. Esta questão foi recentemente revista no contexto do crescimento por autores como, Romer, Lucas, Aghion e Howitt nos finais da década de 80. [AHMAD, 1991, pg.81]

De acordo com Romer [ROMER, 1994, pg.3], a " expressão 'crescimento endógeno',⁽¹⁰⁾ abarca um conjunto diverso de trabalhos teóricos e empíricos que emergiu na década de 80. Estes trabalhos distinguem-se dos modelos de crescimento neo-clássico, enfatizando que o crescimento económico é um resultado endógeno do sistema económico e não o resultado do impacto de forças externas ao sistema. Por essa razão, os trabalhos teóricos não invocam progresso técnico exógeno para explicar a razão do crescimento do rendimento per capita desde a revolução industrial, e os trabalhos empíricos não assentam na hipótese de se medir o resíduo da contabilidade nacional na óptica do crescimento, que cresce a diferentes taxas nos diferentes países. Em vez disso tentam expôr as escolhas dos sectores público e privado que fazem com que a taxa de crescimento do resíduo seja diferente de país para país. Tal como na teoria de crescimento neo-clássica o ponto central do crescimento endógeno é o comportamento da economia como um todo. Como resultado, estes trabalhos são complementares, mas diferentes, do estudo da I&D ou da produtividade a nível da indústria ou da empresa".

Alguns dos novos modelos de crescimento dão um sentido particular ao termo

(10) *Deve-se sublinhar que só serão apresentadas as principais ideias da teoria do crescimento endógeno, pois o objectivo da sua inclusão neste capítulo é somente o de salientar as contribuições mais recentes a nível da teoria do crescimento.*

'endógeno' em referência aos seus fundamentos micro-económicos⁽¹¹⁾. No seguimento da teoria neo-clássica, que exclui a possibilidade da actividade inventiva poder ser alterada por alterações no custo em que se incorre para a desenvolver, e o problema de optimização decorrente da existência desse custo, os novos teóricos do crescimento permitem o tratamento do custo da invenção como uma variável endógena [AHMAD, 1991, pg.76/77]. Para eles o progresso técnico é o resultado de investimentos económicos conscientes e decisões explícitas de várias unidades económicas diferentes [GRILICHES, 1992, pg.27]. Uma vez que se permitem variações no custo de se incorrer numa actividade inventiva, tornando a invenção endógena, a questão das externalidades torna-se importante. Enquanto não se consegue alterar o montante de actividade inventiva, pode-se ignorar a diferença entre benefício privado marginal e benefício público marginal numa invenção. No entanto, uma vez que essa variação é permitida, a possibilidade dessa divergência e as suas consequências não podem ser ignoradas. Esta constatação levou ao estudo da justificação económica das patentes, e à discussão do problema relacionado com o papel de diferentes formas de mercado. [AHMAD, 1991, pg.76/77]

No modelo neo-clássico de Solow o capital é pago ao seu produto marginal privado e não confere economias externas. Nos modelos de crescimento endógeno, o crescimento sustentado é tornado possível pela existência de rendimentos à escala ou externalidades no processo de acumulação, que

(11) Num dos seus textos de 1992 Griliches [GRILICHES, 1992 b)] passa em revista os trabalhos empíricos que se debruçaram sobre o efeito de integrar rendimentos crescentes e da importância das externalidades para o estudo do crescimento da produtividade.

garantem que a produtividade marginal na acumulação dos factores não se anula quando a sua quantidade aumenta.

Para Pack [PACK, 1994] a essência de muitos dos modelos de crescimento endógeno está reflectida na equação:

$$(1.11) \quad Y = AK,$$

em que A deve ser compreendido como uma expressão que representa os factores que afectam a tecnologia e K inclui o capital físico e humano. Neste caso, não existem rendimentos decrescentes do capital, pois o capital gera uma externalidade que compensa qualquer propensão para rendimentos decrescentes. O investimento (físico ou humano) leva a uma maior produtividade que excede o ganho privado, o que gera crescimento sustentado. Outro modo de olhar para (1.11) é postulando que uma variedade ou qualidade crescente de máquinas ou de factores intermédios compensa a propensão para rendimentos decrescentes. Nesta interpretação o capital representa a variedade ou qualidade de factores. I&D são necessários para obter esta variedade e as empresas empregam trabalho especializado nessa actividade. Os gastos em I&D que geram esses factores são recuperados pelas empresas que operam em mercados de concorrência imperfeita⁽¹²⁾.

(12) Num outro modelo de crescimento, em que se introduz o capital humano (sem capital físico), com rendimentos constantes à escala na produção do bem final, consegue-se obter um crescimento endógeno positivo. Para demonstração ver AMABLE E GUELLEC [1992, pg.325/328].

(i) $Y = A^\alpha L^{1-\alpha}$, com

(ii) $\dot{A} = \delta A^\gamma (\bar{L} - L)^\beta$

em que Y é o produto final, L é o trabalho, A representa o nível de conhecimento ou de tecnologia, e existe uma população activa fixa: \bar{L} . A função de produção tem rendimentos constantes à escala.

Amable e Guellec [AMABLE E GUELLEC, 1992], sintetizam as principais fontes de crescimento endógeno, com base nos modelos a que chamam de 'fundadores'. A primeira fonte de crescimento considerada é o investimento. O modelo 'fundador' de Romer (1986) considera rendimentos à escala não necessariamente constantes, mas as economias de escala são externas à empresa, preservando assim o quadro de concorrência perfeita. Este modelo caracteriza-se pela sub-optimalidade do equilíbrio concorrencial. Distinguem-se três tipos de soluções do modelo consoante o valor dos parâmetros. Um reproduz as propriedades do modelo neo-clássico tradicional: o crescimento anula-se no longo prazo. Outro gera um crescimento positivo, mas a uma taxa que aumenta sem cessar. Num caso limite é possível obter um crescimento positivo a taxa constante.

A segunda fonte de crescimento é a inovação técnica e a importância dos recursos consagrados à I&D. Em 1990, Romer apresentou um modelo multi-sectorial, que tem como particularidade o facto do capital não ser considerado como um bem homogéneo, mas como um conjunto de factores de produção diferentes. Os novos factores de produção são fabricados com rendimentos crescentes, utilizando um plano de fabricação que é vendido pelo sector de investigação. Um novo factor permite aumentar a produtividade do sector do bem final. Neste modelo todo o novo factor de produção vem acrescentar-se aos precedentes. Para Aghion e Howitt, também num modelo de 1990, uma inovação vem substituir a precedente.

Uma terceira fonte de crescimento pode ser encontrada na acumulação de capital humano. O modelo de Lucas, 1988, situa a fonte de crescimento na acumulação do capital humano que é efectuada pelos indivíduos no quadro dos

rendimentos crescentes. A eficácia de cada indivíduo na produção do bem final é tanto maior quanto maior fôr o nível médio de educação do capital humano, o que constitui um efeito externo positivo relativo à acumulação individual de capital humano.

Por último, Amable e Guellec [1992] consideram como fonte de crescimento endógeno os bens e as infra-estruturas públicas. Estes bens caracterizam-se pelo facto de que podem aumentar a produtividade dos factores privados. A possibilidade duma utilização simultânea por um número elevado de agentes faz deles bens públicos no sentido tradicional do termo. Serão por isso produzidos na maior parte dos casos por instituições sociais e pelo Estado. Assim, a política de oferta de bens e serviços públicos terá um papel positivo para o crescimento. Vários modelos de Barro, de 1989 e de 1990, abordam este tema.

Para Solow [SOLOW, 1994], o verdadeiro valor da teoria do crescimento endógeno virá da sua tentativa de modelizar a componente endógena do progresso técnico. Por seu lado, Pack [PACK, 1994] afirma que muitos dos trabalhos empíricos motivados pela teoria do crescimento endógeno testaram as implicações do modelo neo-clássico de Solow em vez do próprio crescimento endógeno.

Após se ter procedido à descrição do enquadramento conceptual do crescimento da produtividade total dos factores, é necessário definir cada um dos elementos que lhe estão subjacentes, tomando como quadro de análise o modelo neo-clássico do crescimento.

A produtividade total dos factores mede a relação entre produto e factores. Mas o seu cálculo não é assim tão imediato. Colocam-se problemas à definição e medida quer do produto quer dos factores. Neste capítulo vão ser analisados alguns desses principais problemas e como diferentes autores têm resolvido as questões relacionadas com a medição do produto.

Neste trabalho, e nomeadamente neste capítulo, não será abordada a questão da incorporação de externalidades no produto. Os benefícios sociais de se ter o ar menos poluído, os locais de trabalho mais seguros, menos ruído ou água mais pura, devem ser levados em conta na valorização do produto, mas não vão aqui ser considerados.

Neste capítulo, não vão ser analisados problemas teóricos a nível de agregação do produto, que serão tratados no capítulo 4.

Assim, vão ser tratados, especificamente, os seguintes problemas que se colocam a nível da medida da produtividade: determinação do produto a preços constantes, com a subjacente utilização de deflatores e em particular das questões relacionadas com alterações de qualidade (sub-capítulo 2.1); o conceito de produto a utilizar deve ser líquido ou bruto da depreciação do capital (sub-capítulo 2.2); definição e medida do produto nos serviços (sub-capítulo 2.3), não porque este seja teoricamente mais difícil de definir do que o produto da indústria, mas porque empiricamente há ainda muito que fazer em relação a alguns sectores dos serviços.

O conceito de produto mais comum é o de valor acrescentado (isto é, a diferença entre o valor da produção total e o valor de consumos intermédios, ou a soma do valor da remunerações dos factores produtivos). Para o estudo da produtividade o conceito de valor acrescentado deve ser medido a preços constantes.

É este o conceito que vai ser analisado e utilizado ao longo deste trabalho. No entanto, contribuições recentes têm sido feitas no sentido de estudar a produtividade dos sectores com base na produção total, isto é, analisando explicitamente os consumos intermédios. Jorgenson, Gollop e Fraumeni [1987] utilizam o conceito de produção para a determinação de estimativas do produto a nível dos sectores económicos, mas a nível da economia utilizam o valor acrescentado bruto. O Bureau of Labor Statistics (BLS) nos Estados Unidos, também utiliza o conceito de produção total (e não o de valor acrescentado) na medida da produtividade do trabalho a 3 e 4 níveis da SIC (Standard Industrial Classification).

Para Kendrick, o conceito de produção total só deve ser utilizado para medir a produtividade das indústrias individuais [JORGENSON, GOLLOP, FRAUMENI, 1987, pg 173]. A níveis mais agregados, da indústria, sector ou da economia Kendrick utiliza o valor acrescentado a preços constantes como medida do produto [KENDRICK, 1985, pg.112].

2.1 - Utilização de deflatores. Inclusão de alterações de qualidade

" Talvez o problema mais difícil de resolver na construção de estimativas de produtividade seja o da determinação do produto "real" a preços constantes (a nível nacional e a nível da indústria) e as medidas de crescimento associadas. Dado que muitas medidas de produto são derivadas, dividindo (deflacionando) valores correntes por um índice de preços, a sua qualidade está intimamente ligada à qualidade dos dados disponíveis sobre preços."
[GRILICHES, 1987,pg.1011]

Segundo De Bandt [DE BANDT, 1988, pg.183] existem três métodos para obter o valor acrescentado a preços constantes nas actividades de serviços, mas que são facilmente generalizáveis para qualquer outro tipo de actividade. O primeiro consiste em deflacionar o valor a preços correntes do valor acrescentado bruto (VAB) com um índice de preços do VAB, obtendo-se assim o VAB a preços constantes. Não sendo possível obter este índice de preços pode-se utilizar o segundo método. Este método, que segundo De Bandt é o método teoricamente mais correcto, consiste em deflacionar separadamente o valor da produção e dos consumos intermédios e obter o VAB a preços constantes por diferença entre o volume da produção e o volume dos consumos intermédios. O terceiro método utiliza-se quando não é possível utilizar nenhum destes métodos. Pode-se extrapolar o VAB a preços constantes através da evolução de variáveis com as quais esteja relacionado. Podem-se, por exemplo, utilizar como indicadores a produção em volume (onde mais uma vez se coloca o problema da determinação do respectivo índice de preços), o número de trabalhadores, a massa salarial, com salários constantes, sendo,

no entanto, qualquer destas variáveis considerada insuficiente por De Bandt para medir o valor acrescentado no período base.

A obtenção de um índice de preços adequado levanta várias questões, desde que tipo de preço utilizar (preço à saída da fabrica, preço de aquisição, etc.), que é, segundo Lichtenberg e Griliches [LICHTENBERG E GRILICHES, 1989, pg.1], um problema de curto prazo, a como incorporar alterações de qualidade no preço de um mesmo produto, questão a ser analisada mais à frente neste sub-capítulo, até à fórmula que se vai usar para cálculo do índice, questão que será analisada no capítulo 5.

" Os dados sobre preços , mesmo quando são um bom indicador do que pretendem medir, podem ser inadequados para deflacionar. Para comparações de produtividade e para estimar funções de produção os preços observados são supostos reflectir os custos e receitas marginais relevantes num equilíbrio competitivo. Mas isto não é o que acontece em sectores onde o produto e preços são controlados, regulados e subsidiados. Porque os dados sobre preços são habitualmente baseados nos preços de alguns bens seleccionados em determinados mercados, podem não corresponder ao preço médio verificado numa determinada indústria num determinado período." [GRILICHES, 1987, pg.1011]

No entanto, a questão mais complicada de resolver é a de como incorporar alterações de qualidade⁽¹³⁾ nos dados do produto, nomeadamente de como se

(13) Para Ferrari [FERRARI, 1993, pg.5] alteração de qualidade dá-se quando existe uma variação das características quantitativas importantes do bem ou serviço que vem sendo analisado através de uma marca, sejam variações no conteúdo, na dimensão, etc., sejam variações nas características de construção, ou quando existe uma alteração de marca.

reflectem nos preços.

A dificuldade surge quando uma variação na qualidade é introduzida no mesmo tipo de produto⁽¹⁴⁾. Quando é uma alteração significativa e é acompanhada por uma alteração no preço reflectindo uma variação no custo unitario de produção ou uma diferença na utilidade usufruída pelo comprador, ou ambas, tem de se fazer um ajustamento no índice de preços. Geralmente os índices de preços usados para fins de ajustamento têm em conta melhorias num produto que são associadas a custos de produção mais elevados, o que é insuficiente, pois existem alterações de qualidade que não estão associados a aumentos dos custos de produção e que por isso não são contabilizados nos deflatores.

Conceptualmente pode-se contornar este problema utilizando um método conhecido como a abordagem hedónica da medição dos preços, assumindo que diferenças de preços entre diferentes unidades de transacção dum bem devem-se essencialmente a diferenças de qualidade que podem ser medidas em termos de atributos comuns (características ou especificações). Estimativas econométricas obtidas da relação preço - características podem ser usadas para estimar os preços implícitos (porque não são observados) das características. Estes preços implícitos das características são então usados para estimar o preço de um modelo, ou variedade, não observado, valorizando as suas características incorporadas. Construindo um índice de

(14) A questão da introdução de um novo produto (um produto cujas dimensões ou uso não tenham precedente) num índice de preços coloca-se menos vezes pois a maioria dos produtos são meramente variedades diferentes de produtos que já existem. Para esses casos Kendrick [KENDRICK, 1984, pg.33/34] sugere que se extrapole para o período base do índice o preço do novo produto (que por definição não existiria no período base) com base no preço de um produto que com ele esteja relacionado, ou que se atribua um custo ao novo produto com base nos custos "standard" do período base.

preços ajustado da qualidade, essas estimativas são utilizadas para imputar preços às variedades não transaccionadas no período de referência⁽¹⁵⁾.

Uma função hedónica é a relação entre preços de variedades de bens ou serviços heterogêneos e as quantidades de características que estes contêm: $P = h(c)$, em que P é um vector de n preços das variedades e c é uma matriz $k \times n$ de características. [TRIPLETT, 1987]

Seguindo a apresentação feita por Triplett [TRIPLETT, 1990], a relação teórica da função hedónica com as funções utilidade e produção foi estabelecida por Rosen (1974)⁽¹⁶⁾. Para ilustrar a contribuição de Rosen, primeiro assume-se que as características dos bens, em vez dos próprios bens, são os verdadeiros factores da função de produção. Esta é uma aplicação da hipótese hedónica de que bens heterogêneos são agregações de características. Assim,

$$(2.1) \quad Q = Q(c, Z),$$

onde Q é o produto, Z é o vector de factores produtivos e, para simplificação, existe um só produto com característica c . É conveniente supôr que a equação anterior pode ser escrita como:

$$(2.2) \quad Q = Q(q(c), Z),$$

(15) Este método não resolve o problema da introdução de um novo produto, no sentido referido anteriormente.

(16) De acordo com Griliches [GRILICHES, 1990] " a literatura teórica sobre esta abordagem tende a focar ou o lado da procura (Lancaster 1966, 1971; Muellbauer 1974; e Berndt 1983, entre outros) ou o lado da oferta (por exemplo Ohta 1975) com muito poucos (Rosen 1974 é um notável exemplo) a tentar uma discussão sobre o equilíbrio geral (ver Epplé 1987 para uma discussão recente)."

onde $q(\cdot)$ é uma função agregação sobre as características c que estão incorporadas no bem heterogéneo.

O comportamento económico de vendedores e compradores bens heterogéneos pode ser descrito por conjuntos de funções oferta e procura de características. Estas funções oferta e procura são derivadas da optimização das funções objectivo dos compradores e vendedores em relação às características. No lado da oferta, por exemplo, $q(\cdot)$ traduz informação sobre a tecnologia e a função hedónica $h(\cdot)$ fornece informação sobre a superfície dos preços das características.

A abordagem hedónica pode ser operacionalizada usando o método do preço hedónico, no qual várias características observadas são usadas para explicar diferenciais de preços observados, e a estimativa desses diferenciais de preços é usada para inferir do correspondente diferencial de qualidade. Geralmente, e sem uma razão teórica subjacente [TRIPLETT, 1990, pg.210], é usada uma forma logaritmica (ou semi-logaritmica) do tipo:

$$(2.3) \ln P_i = a + \sum b_k \ln X_{ki} + u_i$$

em que P_i é o preço do modelo i ,

X_{ki} é a característica k no modelo i ⁽¹⁷⁾,

a é a constante,

u_i é o erro associado ao modelo i .

De modo a incorporar informação temporal a equação pode ser aumentada integrando variáveis dummy, D_t :

(17) *Cuja unidade de medida depende do modelo que se está a analisar.*

$$(2.4) \ln P_i = a + \sum_{t=1}^{T-1} d_t D_t + \sum_k b_k \ln X_{ki} + u_i.$$

Para produtos cuja evolução seja muito rápida e directamente relacionada com desenvolvimentos tecnológicos, como é por exemplo o caso do material informático, pode-se acrescentar a equação anterior com mais variáveis adequadas a captar os desequilíbrios (porque o equilíbrio de mercado não é instantâneo) nos preços provocados por essa alteração tecnológica, e que ocorrem quando modelos que incorporam a nova tecnologia são vendidos a preços mais baixos do que os que já existem. Para Dulberger [DULBERGER, 1989] essa equação será:

$$(2.5) \ln P_i = a + \sum_{t=1}^{T-1} d_t D_t + \sum_{m=1}^{M-1} c_{mt} T_m D_t + \sum_k b_k \ln X_{ki} + u_i$$

em que, $T_m D_t$ é a variável dummy para a $m^{ésima}$ classe de tecnologia (aqui há a necessidade de agrupar os modelos em classes de acordo com a tecnologia incorporada em cada período) no momento t .

Segundo Triplett [TRIPLETT, 1990], perceber os índices hedónicos requer a extensão da teoria dos números índices no espaço das características (isto é reformular a teoria dos índices de preços usando como quantidades as características em vez do número de bens, e os preços ou custos das características em vez dos preços dos bens).

A partir do método hedónico podem-se construir dois tipos de índices⁽¹⁸⁾:

- O índice da regressão, que é criado directamente das variáveis dummy anuais das regressões. Este índice assume que todas as observações pertencem

(18) Que podem conduzir a resultados bastante diferentes entre si, e diferentes dos resultados obtidos com abordagens tradicionais de medição dos preços.

à recta da regressão e pode produzir resultados diferentes de índices alternativos que usem métodos hedónicos.

- O índice de preços das características, construído a partir do preço das características. No caso da equação (2.5) o preço estimado da característica k possuída pelo modelo i da classe tecnológica m , será:

$$(2.6) \quad \hat{P}_{k|mt} = \hat{b}_k \frac{P_{imt}}{x_{k|m}}$$

onde b_k é o coeficiente de regressão para a característica k , $x_{k|m}$ designa a quantidade da característica k possuída pelo modelo i da classe tecnológica m e P_{imt} é o preço do modelo i da classe tecnológica m no ano t . [DULBERGER, 1989, pg.61]

Tradicionalmente esta abordagem foi aplicada essencialmente a estudos relacionados com o mercado da habitação, existindo no entanto, estudos noutras áreas. Só faz sentido aplicar esta abordagem a produtos cujos modelos (ou variedades) tenham uma evolução muito rápida no tempo, como é o caso, por exemplo, dos vários componentes do equipamento informático ou, de um outro modo, dos automóveis.

A necessidade de dados para a aplicação desta abordagem é bastante exigente, pelo que existem muito poucos índices de preços oficiais que a incorporem nos seus procedimentos de construção. No entanto, por exemplo, nos EUA [DULBERGER, 1989 e TRIPLETT, 1990] e na França [PICARD, STEPANIAN E WAGNER, 1993] já se vão utilizando, nomeadamente na determinação dos preços dos diferentes componentes de material informático e na determinação dos preços de alguns serviços (prestação de serviços a empresas), respectivamente.

2.2 - Distinção entre produto líquido e produto bruto

A controvérsia "líquido vs. bruto" teve como origem o debate entre Denison em 1969 e Jorgenson e Griliches em 1972 sobre a metodologia apropriada para a Contabilidade Nacional na óptica do crescimento [HULTEN, 1992]. Denison, seguindo Solow [SOLOW, 1957], defendeu a utilização de um conceito de produto líquido de depreciação quando se calcula o resíduo de Solow. Para Denison um aumento no produto bruto que seja devido a um aumento de amortizações, significa apenas trocar consumo futuro por consumo corrente, sem necessariamente aumentar o bem-estar nacional, razão pela qual Denison não contabiliza essa parte da contribuição do capital no crescimento. Este argumento foi formalizado por Weitzman em 1976 num modelo de optimização dinâmica. Por outro lado, Jorgenson e Griliches em 1967 e em 1972 fazem da função de produção agregada a base da sua análise da produtividade, pelo que utilizam o conceito de produto bruto (de depreciação), uma vez que na teoria neoclássica a depreciação do capital faz inequivocamente parte do custo de produção. A maior parte da literatura recente sobre estimação de funções de produção adopta este ponto de vista.

Na base do argumento de Denison está o facto de este autor considerar a economia como produzindo rendimento em vez de produto. Esta constatação levanta dificuldades de medição do custo do produto porque o rendimento nacional (produto nacional líquido) exclui a depreciação, que é um custo real de produção. Deste modo, o conceito de produto líquido não pode ser reconciliado com a teoria neoclássica de produção. [NORSWORTHY, 1984]

Para Denison as amortizações são um custo de produção, tal como os consumos intermédios, pelo que devem ser excluídas do cálculo do valor do produto [Bos, 1992, pg.268]. De acordo com Jorgenson [JORGENSEN, 1990, pg.73], essa analogia é inapropriada, porque o consumo de bens intermédios é eliminado no decurso da agregação dos sectores, enquanto o consumo de capital não é eliminado pela agregação.

Em 1985 no seu trabalho " Trends in American Economic Growth, 1929-1982 " Denison empregou uma abordagem à produção baseada no valor acrescentado líquido (VAL) a nível da economia [JORGENSEN, 1990, pg.72]. A sua medida do factor capital é baseada nos ganhos líquidos de capital, também excluindo impostos indirectos. Os preços e as quantidades dos factores e dos produtos empregues na medida de produtividade de Denison satisfazem a identidade contabilística do valor do produto = valor da remuneração dos factores. No entanto, Jorgenson demonstra [JORGENSEN, 1990, pg.57] que no correspondente modelo da função de produção agregada o produto e os factores são confundidos, pois o factor capital é incluído simultaneamente no lado do produto e no lado dos factores. Assim, Jorgenson conclui que o valor acrescentado líquido não é o conceito apropriado para modelizar o comportamento do produtor.

Jorgenson e Griliches no texto de 1967 [JORGENSEN E GRILICHES, 1967] utilizam o conceito de valor acrescentado bruto na medida da produtividade total dos factores a nível da economia. Em 1987, Jorgenson e outros [JORGENSEN, GOLLOP E FRAUMENI, 1987] utilizam o conceito de produção total na determinação da produtividade total dos factores a nível dos sectores, e o conceito de valor acrescentado bruto a nível da economia, de acordo com a

função de produção agregada.

Kendrick, no seu trabalho de 1973 " Post-War Productivity Trends in the United States, 1948-1969 ", utilizou o conceito de produto líquido e bruto de depreciação. A nível dos sectores, considerou que se deveria excluir da medida do valor acrescentado a depreciação, juntamente com o valor dos consumos intermédios, mas só conseguiu implementar medidas de produtividade sectoriais com base no valor acrescentado bruto. Para as indústrias individuais as medidas de produtividade foram baseadas na produção total. A nível da economia, apresentou medidas de produtividade baseadas no valor acrescentado bruto e no valor acrescentado líquido. Em estudos posteriores Kendrick abandonou o conceito de valor acrescentado líquido de depreciação.

[JORGENSEN, 1990]

De acordo com Bos [Bos, 1992], na Contabilidade Nacional o conceito de consumo de capital (amortizações) refere-se a obsolescência económica. Para análises de produtividade vários autores (por exemplo, Maddison [1987]) acham que o valor acrescentado líquido calculado com base na obsolescência tecnológica é mais apropriado do que o valor acrescentado líquido da Contabilidade Nacional (que é calculado com base na obsolescência económica). No entanto, como assumem que as amortizações devido a obsolescência tecnológica são bastante menores que o consumo de capital devido a obsolescência económica, em vez do conceito de valor acrescentado líquido preferem usar o valor acrescentado bruto por considerarem que este está mais próximo do conceito que realmente se deve utilizar.

Um outro tipo de justificação para a utilização do conceito de produto bruto no estudo da produtividade é dado por Hulten [HULTEN, 1992]. Para Hulten, o produto bruto é o conceito correcto para estimar a estrutura da produção, e consequentemente para determinar a produtividade total dos factores. No entanto, apesar do conceito de produto líquido não ser apropriado para a análise empírica da produção, é o conceito correcto para estudar as consequências do crescimento económico no bem-estar. Assim, Produto Nacional Bruto e Rendimento Nacional (Produto Nacional Líquido) são conceitos complementares e não substitutos⁽¹⁹⁾.

(19) *Baseia as suas conclusões num modelo de maximização da utilidade intertemporal em que utiliza as restrições (lado da oferta) para determinar a função de produção agregada e com ela estabelecer um paralelo com a identidade contabilística do produto da Contabilidade Nacional.*
[HULTEN, 1992]

2.3 - Conceito e medida do produto no sector dos serviços

Porquê destacar o sector dos serviços? Porque apesar de alguns autores considerarem que é tão difícil medir o produto da indústria de certos bens como o produto dos serviços, na realidade problemas práticos de medição têm-se revelado muito difíceis de resolver. A maior dificuldade surge porque os serviços são tipicamente intangíveis e incorporam uma vasta componente de qualidade.

De acordo com Griliches [GRILICHES, 1992] nos EUA, mas facilmente generalizável para outros países, o problema coloca-se essencialmente a dois níveis: em parte é um problema de dados, pois historicamente foram recolhidos muitos mais dados sobre a agricultura e sobre a indústria transformadora do que sobre os serviços. Por outro lado, surge um problema conceptual porque em muitos sectores de serviços não é claro o que está a ser transaccionado, qual é o produto e que serviços correspondem aos pagamentos feitos aos seus fornecedores, de que é exemplificativo o sector bancário, como se verá no ponto 2.3.3.

Neste sub-capítulo não se pretendem analisar todos os problemas relacionados com a definição e medida de produto nos serviços nem as questões específicas de todos os seus sub-sectores. Tentar-se-á apenas expôr o que tem sido feito a nível da definição do produto nalguns sectores mais estudados, como é o caso do sector bancário e do sistema educacional. A razão pela qual se optou

por analisar estes dois sectores dos serviços, e não outros⁽²⁰⁾, é a de que estes dois sub-sectores são exemplos típicos dos diferentes problemas que se colocam na definição do produto nos serviços. Sherwood [SHERWOOD, 1994] resumiu estes problemas como sendo:

1) Para alguns serviços, a unidade de transacção geralmente inclui vários serviços combinados de uma forma complexa. Esses serviços podem ser produzidos conjunta ou independentemente, tendo cada um o seu conjunto próprio de características. Como exemplos, são citados o produto das actividades de comércio a retalho e o produto do sector bancário, que vai ser analisado no ponto 2.3.3.

2) Para algumas actividades não existe um modo obviamente correcto (nem dados adequados) para descrever todos os seus produtos, ou funções, em termos de transacções, podendo existir representações alternativas de produto para uma determinada actividade. O produto do sector bancario é citado como exemplo.

3) Para algumas actividades deve-se contabilizar o envolvimento do consumidor na prestação do serviço, pois o modo como o consumidor desempenha a sua função vai afectar a produtividade dessa actividade. No caso do

(20) Apesar de não serem aqui analisados encontraram-se também referências aos problemas da medição do produto noutros sub-sectores dos serviços: transportes [GORDON, 1992], actividades a retalho [HJALMARSSON E VEIDERPASS, 1992, BETANCOURT E GAUTSCHI, 1993], serviços de utilidade pública [GLASER, 1993], serviços dos infantários [BJUREK, KJULIN E GUSTAFSSON, 1992, e MUKERJEE E WITTE, 1992], serviços prestados à indústria [SIEGEL E GRILICHES, 1992], cuidados de saúde [WEISBROD, 1992], serviços do sector público [HULTEN, 1984, LE PEN, 1986, KENDRICK, 1991, e MURRAY, 1992].

tratamento médico este aspecto é particularmente importante. Para Fuchs [FUCHS, 1985] muitos dos modelos de cuidados de saúde ignoram o processo de produção, focando principalmente a relação comprador/ vendedor que se estabelece entre o doente e o médico. Essa relação é importante, mas é necessário perceber que existe um processo de produção a decorrer que envolve o doente e o médico, que faz com que trabalhem em conjunto. Um outro exemplo da complicação gerada pela participação dos consumidores é o caso do sistema educacional, que vai ser analisado no ponto 2.3.4. Segundo Sherwood [SHERWOOD, 1994, pg.14], um professor, ao comparecer perante uma classe de alunos e ao dar-lhes uma lição, está a prestar um serviço pelo qual é pago. Logo pode-se definir um serviço.

2.3.1 - Definição geral do problema

Na generalidade um serviço é definido como uma actividade económica que gera um produto que não é um objecto físico. No entanto, a intangibilidade é provavelmente o único atributo comum a todos os serviços.

Segundo Griliches [GRILICHES, 1992] uma definição útil de serviços foi fornecida por Hill em 1977. " De acordo com Hill um serviço representa a transformação do utilizador (no caso de serviços a pessoas) ou dos bens do utilizador (no caso de serviços que envolvem bens) como resultado da intervenção voluntária do produtor dos serviços. Deste modo, a utilização do serviço não envolve uma transferência na aquisição mas a modificação das características dos agentes ou dos seus bens." Para Griliches, o que é importante nesta definição é o reconhecimento do papel do comprador na transacção, ou porque está directamente envolvido na actividade com consequente contribuição para a realização do seu produto ou como fornecedor de um dos maiores factores. Apesar da qualidade de um bem não depender em geral da qualidade dos seus consumidores, o produto da actividade dos serviços pode depender da qualidade e/ou esforço dos seus consumidores⁽²¹⁾.

Numa definição alargada, na óptica da Contabilidade Nacional, bens não tangíveis serão todos excepto os que digam respeito à agricultura, minas,

(21) *Um resumo interessante das questões relacionadas com a participação dos consumidores na geração do produto dos serviços foi feito por Sherwood [SHERWOOD, 1994].*

construção, e indústria transformadora⁽²²⁾. No entanto, até com esta definição tão geral surgem problemas pois a electricidade é tangível, o gás em garrafas é um bem tangível, mas o gás canalizado não é [GRILICHES, 1992]. Mais complicações surgem quando se considera o produto dos serviços públicos⁽²³⁾, pois muitas vezes a participação dos consumidores⁽²⁴⁾ é importante neste tipo de serviços, e além disso o produto é não comercializável⁽²⁵⁾.

A diferença mais óbvia entre bens e serviços é a de que não existem stocks de serviços, apesar de existirem stocks para a maioria dos bens [SOLOW, 1992].

(22) Num inquérito realizado a 24 países da OCDE sobre os métodos de medição do valor acrescentado dos serviços comercializáveis a preços constantes [CHADEAU, 1993] o sector da electricidade, gás e água não consta desses serviços, mas nos EUA é considerado como um sector de serviços [DEAN E KUNZE, 1992, e MOHR, 1992].

(23) Para evitar os problemas de medição do produto, Hulten [HULTEN, 1984] apresenta um modelo de determinação da taxa de crescimento da produtividade do sector público sem explicitar o produto.

(24) De acordo com Sherwood [SHERWOOD, 1994, pg.14] "um serviço colectivo é fornecido quando ocorrem alterações em várias pessoas ou nos bens de várias entidades económicas, como resultado da acção de uma só entidade económica com permissão de todos os agentes envolvidos." Aqui o produto pode ser visto como dependente do número de consumidores.

(25) De acordo com Levitan [LEVITAN, 1984] a definição do produto das instituições do Estado e das instituições sem fins lucrativos representa um problema, porque os serviços dessas entidades não podem ser explicitamente comprados e vendidos no mercado. Tradicionalmente, na ausência de avaliação do mercado, os analistas estimam as variações do produto no sector público em termos de movimentos de emprego.

A produção e consumo de serviços são necessariamente simultâneos, pelo que stocks de serviços não podem ser mantidos. Serviços finais são diferentes de bens finais neste aspecto. Os serviços podem ser produzidos de um modo mais trabalho intensivo mas não é obrigatório que assim seja. Produtos idênticos do mesmo processo de produção podem ser classificados como serviço ou parte de um bem, dependendo da fase na qual a produção ocorre. Os serviços também não podem ser distinguidos dos bens pelo tipo de gostos que satisfazem. [SUMMERS, 1985]

Assim, apesar dos serviços serem diferentes, não são assim tão diferentes dos bens quando à medição do produto. [GRILICHES, 1992] Para medir o produto de qualquer actividade precisamos de conhecer as suas receitas totais e ter informação suficiente para construir um índice de preços apropriado. Para medir a produtividade precisamos ainda de informação adicional sobre os factores usados na produção. Em qualquer dos casos temos de saber qual a unidade de transacção relevante e de lidar com o problema de alterações de qualidade, que surge do problema subjacente da heterogeneidade dos produtos e factores e de estarem sempre a surgir novos produtos, variedades e serviços, e desaparecerem outros.

A tendência habitual é para tentar medir o produto através de índices de quantidades, no entanto para Kendrick [KENDRICK, 1985], os analistas devem concentrar-se em arranjar bons índices de preços para deflacionar o valor dos serviços, em vez de tentar calcular directamente índices de quantidades. Com base numa amostra é mais "fácil" obter um índice de preços porque as variações nos preços são mais uniformes entre empresas numa indústria do que variações na quantidade.

Num inquérito a 24 países da OCDE sobre os métodos de medição do valor acrescentado dos serviços comercializáveis a preços constantes a nível da economia [CHADEAU, 1993], foram analisadas as respostas de 20 países⁽²⁶⁾ nas quais se encontra uma grande variedade de métodos e índices utilizados [pg.4/8]. No entanto, na maioria dos países são utilizados métodos de deflação do valor acrescentado a preços correntes e só para algumas rubricas são utilizados índices de quantidades que servem para extrapolar o valor acrescentado a preços constantes⁽²⁷⁾.

(26) A saber: Japão, Dinamarca, França, Canadá, Itália, Noruega, EUA, Alemanha, Holanda, Suécia, Reino Unido, Bélgica, Islândia, Suíça, Austrália, Nova Zelândia, Austria, Finlândia, Espanha, Luxemburgo.[CHADEAU, 1993]

(27) Para uma análise mais detalhada dos métodos utilizados pelos diferentes países e os tipos de índices por categoria de serviço ver [CHADEAU, 1993].

2.3.2 - Alterações de qualidade nos serviços

Será que faz sentido separar este tema para os serviços quando é um problema que se coloca a qualquer tipo de bem?

Em geral considera-se que alterações de qualidade são mais importantes em relação aos serviços do que em relação aos bens. Mas não é uma conclusão que se tenha verificado. A diferença parece ser mais em grau do que em género. [SOLOW, 1992]

De acordo com Griliches [GRILICHES, 1992], o problema também afecta a medida do consumo de bens duráveis e a medida do produto na construção. Nalguns serviços, com produtos relativamente homogéneos, tal como as comunicações ou serviços de utilidade pública, os problemas de medição são menos severos do que em alguns sectores de bens. Mas na generalidade, por causa da heterogeneidade subjacente das transacções, a dificuldade em fazer comparações no tempo ou no espaço é ainda maior. Em muitos sectores de serviços o produto depende da interacção com o utilizador. Além disso para muitos bens, mesmo para os que sofrem alterações rápidas (como computadores pessoais ou sistemas de alta-fidelidade) existe informação disponível sobre as características para os diferentes itens relevantes para a medida do produto e dos resultados. Informação com o mesmo detalhe não está disponível para as características dos serviços pois a investigação realizada neste campo só agora começa a ganhar relevo.

Para Baumol [BAUMOL, 1985 b)] apesar das alterações de qualidade

constituírem um obstáculo à medida do produto e da produtividade, elas poderão ser vistas como um impedimento menos grave a essa medida do que é por vezes sugerido. São de salientar dois dos argumentos que o autor utiliza para justificar tal afirmação. No primeiro faz a distinção entre "produtividade bruta"⁽²⁸⁾ e "produtividade ajustada de qualidade", afirmando que nalgumas situações faz mais sentido utilizar o primeiro conceito do que o segundo⁽²⁹⁾. O segundo argumento é o de que para o economista a variação na qualidade não deve ser interpretada como uma modificação nas especificações do produto mas como uma contribuição para o bem estar dos consumidores (e talvez dos produtores). Assim, para medir uma alteração na qualidade dum produto um dos modos correctos será medir a alteração à utilidade dos consumidores que lhe está associada, calculando a taxa marginal de substituição da utilidade por dinheiro, que pode ser observada directamente pelo preço do item, ou avaliando as alterações no excedente dos consumidores e produtores.

A nível conceptual Norwood [NORWOOD, 1985] levanta uma questão que tem a ver com o último ponto focado por Baumol. O serviço deve ser definido pelo modo como é transaccionado no mercado ou pelo modo como atinge o efeito desejado? Norwood, apesar de admitir que a abordagem dos "efeitos desejados" é muito interessante, defende a abordagem das características transaccionáveis por causa dos problemas práticos de medição, em particular a questão da disponibilidade de dados.

(28) *Isto é, sem qualquer ajustamento de qualidade.*

(29) *Ver BAUMOL [1985 b), pg.125] para exemplificação desta afirmação.*

Como já foi referido anteriormente (ver o sub-capítulo 2.1) o uso de preços hedónicos é um dos modos de tomar em conta diferenças de qualidade nos bens e serviços. No que diz respeito aos serviços, por exemplo, Ferrari [FERRARI, 1993] considera que os serviços podem ser "decompostos" em características quantitativas ou qualitativas (dicotómicas ou reconduzíveis a uma dicotomia do tipo presença-não presença do atributo) directa ou indirectamente ligadas ao serviço. No entanto, nos serviços as características qualitativas são as que prevalecem: não se pode excluir que para os bens existam também características qualitativas, dicotómicas ou não, mas não são as relativamente mais importantes. Dum ponto de vista geral o facto de que quase todas as características dos serviços sejam qualitativas não cria problemas particulares, até porque o que interessa são variações na qualidade e não a qualidade em si, e nada impede que características qualitativas variem.

De acordo com Ferrari as alterações de qualidade podem ser discutidas no contexto da teoria do comportamento económico do consumidor, como foi feito por Lencaster (1977). Por exemplo no âmbito da Contabilidade Nacional francesa estão-se a desenvolver esforços para medir o efeito qualidade nos preços dos serviços [PICARD, STEPANIAN E WAGNER, 1993] através da aplicação da abordagem hedónica (com características qualitativas) aos preços de prestações de serviços a empresas, nomeadamente ao aluguer de automoveis e à realização de estudos de mercado.

A nível do cálculo do índice de preços no consumidor nos EUA, Armknecht e Ginsburg num texto de 1992 [ARMKNECHT E GINSBURG, 1992] referem o que se faz para incorporar alterações de qualidade a nível dos serviços. São utilizados

três métodos:

- Após a introdução de um novo serviço analisa-se a diferença de preços de mercado desse serviço e daquele que vai ser substituído sendo essa diferença considerada como a alteração de qualidade.
- Através de um ajustamento directo da qualidade. Nesse caso é necessária a colaboração dos produtores do serviço para que forneçam o valor da alteração na qualidade. Como essa colaboração é difícil de conseguir, geralmente estima-se a alteração de qualidade a partir de outros métodos, como por exemplo, o método hedónico⁽³⁰⁾.
- Utilizando a variação média dos preços de serviços semelhantes disponíveis no período de comparação. Este método assume que a variação de preço para o serviço não disponível seria a mesma do que para os que estavam disponíveis (imputação do preço). A diferença de qualidade entre os dois serviços é a variação de preço observada nos dois serviços menos o montante de variação de preço imputada.

(30) *Armknrecht e Ginsburg referem a aplicação da abordagem hedónica em alguns serviços como é o caso dos serviços hospitalares e médicos, tarifas de transporte aéreo, tarifas de autocarro entre cidades e tarifas de navios.*

2.3.3 - O produto do sector bancário

A banca comercial é um ramo dos serviços onde é muito difícil medir o produto, o progresso tecnológico ou o crescimento da produtividade. De acordo com Berger e Humphrey [BERGER E HUMPHREY, 1992] essa dificuldade surge por diferentes razões. Por exemplo, há desacordo sobre os serviços que os bancos produzem e como medi-los; o sector bancário ainda é bastante regulado nalguns países, com as consequentes ineficiências a que fica sujeito, pelo que melhorias técnicas que aumentem a produtividade dos bancos mais eficientes podem não ser reflectidas no sector como um todo.

Tal como Berger e Humphrey referem não há consenso sobre o conceito de produto bancário nem a nível da literatura nem nos trabalhos empíricos relacionados com a actividade bancária. Para Colwell e Davis [COLWELL E DAVIS, 1992, pg.112] esse problema surge porque " cada banco é uma empresa multi-produto (colocando o problema da agregação de produtos); muitos dos seus serviços são conjuntos ou interdependentes - fornecer um serviço pode tornar necessária a provisão de outros que não podem ser separados ou ter um preço separado ou que é mais barato produzir em conjunto do que separadamente (economias de gama); nem todos os serviços são pagos directamente (...) "

A nível conceptual e de medida do produto bancário existem várias abordagens fundamentais. A abordagem da Contabilidade Nacional, a abordagem dos activos (ou dos intermediários financeiros), a abordagem dos custos do utilizador e a abordagem do valor acrescentado (ou da produção).



Segundo Colwell e Davis [COLWELL E DAVIS, 1992] a medida mais antiga do produto bancário é a que está contida na Contabilidade Nacional de alguns países. A Contabilidade Nacional procura medir o valor acrescentado de diferentes sectores da economia. A produção originada na actividade duma empresa financeira (o seu valor acrescentado) pode ser descrita como:

$$(2.7) \quad VA \equiv \sum_j i_j D_j - \sum_l r_l L_l,$$

em que o primeiro termo representa os depósitos nessas empresas (ou outros passivos financeiros) e taxas de juro pagas e o segundo termo representa os empréstimos (ou outros activos financeiros) e taxas de juro recebidas. O resultado é geralmente negativo. Como os ganhos de juros entram negativamente na equação acima, a maior fonte de receita dos bancos (o rendimento dos empréstimos) é excluído da definição de produto bancário.

[TRIPLETT, 1992]

O valor acrescentado também pode ser visto como a soma dos lucros e rendimentos do trabalho em cada sector. Os lucros geralmente excluem receitas de juros, porque estas representam transferências de rendimentos de actividades noutros sectores. No entanto, no caso dos bancos os juros recebidos e pagos são uma combinação de encargos pelo uso de capital e de encargos por vários serviços fornecidos, pelo que a exclusão de todos os juros recebidos e pagos leva a um sub-estimação dos lucros do sector bancário. Essa sub-estimação é tão grande que os resultados de exploração para o sector são geralmente negativos. [COLWELL E DAVIS, 1992]

Para Triplet [TRIPLETT, 1992] a exclusão do rendimento dos empréstimos do produto bancário é a crítica fundamental que se pode fazer a esta abordagem.

A maioria dos estudos bancários não utiliza as medidas da Contabilidade Nacional adoptando geralmente uma das outras abordagens.

Na abordagem dos activos os bancos são vistos como intermediários de serviços financeiros em vez de serem vistos como produtores de empréstimos e depósitos. Os empréstimos bancários e outros activos são usados como medidas do produto. Os depósitos e outros passivos são os factores de produção do processo de intermediação. De acordo com Triplett [TRIPLETT, 1992] o investigador distingue à priori as actividades bancárias que devem ser consideradas produtos e as que devem ser consideradas factores. Esta abordagem tem subjacente que os bancos comprem e vendem fundos, como qualquer outro vendedor especializado. Uma das críticas de Triplett é a de que a distinção entre produtos e factores é arbitrária. As escolhas feitas por alguns investigadores são discutidas por outros, e a abordagem não admite mecanismos para resolver essas questões.

A abordagem dos custos do utilizador determina se um serviço financeiro é um factor ou um produto financeiro na base da contribuição líquida para o rendimento dos bancos. Se os rendimentos financeiros de um activo excedem os custos de oportunidade⁽³¹⁾ dos fundos ou se os custos financeiros de um passivo são inferiores ao custo de oportunidade então o serviço é considerado como produto financeiro. De contrário é considerado como um

(31) Para Berger e Humphrey [BERGER E HUMPHREY, 1992] ajustar os custos de oportunidade para as características importantes dos activos e passivos bancários (incluindo diferenças no risco de crédito, liquidez e maturidade) é uma dificuldade.

factor financeiro⁽³²⁾. Para Triplett [TRIPLETT, 1992] é uma abordagem empírica em que a classificação de uma determinada actividade bancária como produto ou factor é feita com base nos resultados da estimação econométrica de uma função bancária, por exemplo, a função lucro. Ainda de acordo com Triplett a maior vantagem desta abordagem é a de permite fazer testes estatísticos sobre as hipóteses das outras abordagens.

Na abordagem do valor acrescentado (ou da produção) qualquer actividade bancária que absorva recursos reais é considerada como produto bancário. Os bancos são tratados como empresas que utilizam capital e trabalho para produzir diferentes categorias de passivos e activos, tendo todas elas algumas características de produto, não distinguindo à priori factores e produtos de um modo exclusivo. Esta abordagem identifica as maiores categorias de depósitos e de empréstimos como sendo os produtos bancários importantes. O critério de "importância" é estabelecido usando directamente os custos de exploração. Os outros serviços financeiros são tratados como representando produtos menos importantes, produtos intermédios ou factores, dependendo das características de cada categoria⁽³³⁾. Uma crítica a

(32) *Fixler e Zieschang [FIXLER E ZIESCHANG, 1992], no contexto do programa do Bureau of Labor Statistics de desenvolvimento de um quadro de análise para a componente dos serviços financeiros no índice de preços do produtor, aplicaram esta abordagem de modo a determinar os pesos aplicados aos activos e passivos nos índices de produto e de preços bancários. Identificaram como produtos vários tipos de empréstimos e os depósitos à ordem. Utilizaram como custo de oportunidade uma proporção constante dos rendimentos de activos dos bancos.*

(33) *Berg e Førsund [BERG E FØRSUND, 1992] estudaram a desregulamentação bancária norueguesa e o seu efeito sobre a produtividade dos bancos, adoptando a abordagem do valor acrescentado. No contexto desta abordagem consideraram duas categorias de activos, empréstimos a curto prazo e empréstimos a longo prazo, e uma categoria de passivos, depósitos produzidos*

esta abordagem feita por Triplett [TRIPLETT, 1992] é a de que o critério do custo não serve adequadamente para distinguir produtos e factores financeiros, pois para se obter qualquer factor financeiro também se incorre em custos de capital e trabalho.

Colwell e Davis [COLWELL E DAVIS, 1992] pensam que estas abordagens ainda deixam de lado algumas questões importantes, como por exemplo, a não consideração de variações do risco dos empréstimos bancários nas medidas do produto e o facto de não se contabilizar a diversificação. Além disso nenhuma das medidas de produto parece reflectir a qualidade dos serviços bancários, da qual o risco é apenas uma dimensão. As várias medidas também não permitem relações intertemporais que são cruciais na banca e não contam com as externalidades que se podem verificar, tornando diferentes as medidas de produto social e privado.

Para Triplett [TRIPLETT, 1992] todas as abordagens à banca sofrem da ausência de dados sobre as transacções bancárias. Nenhuma abordagem lida satisfatoriamente com os serviços relacionados com os depósitos à ordem nem com a deficiência de dados que lhes está subjacente.

(depósitos à ordem, a prazo e de poupança), como variáveis de produto. Estes três produtos foram medidos em valor e deflacionados a preços de 1988. Não foram especificados como produtos os investimentos no lado dos activos e o dinheiro emprestado do lado do passivo pois seu valor acrescentado associado é mínimo.

2.3.4 - O produto do sistema educacional

" Apesar da educação ser um serviço, o seu produto é investimento em capital humano." [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 a]

O cálculo do investimento em educação tem sido geralmente feito com base nos custos, medindo os factores em vez do produto do sistema educacional; por exemplo, é habitual a utilização de dados das despesas das instituições escolares em professores e outro pessoal, materiais, etc.. Esta informação pode ser complementada com estimativas do valor do tempo gasto pelos estudantes (e seus pais) no processo educacional. Na opinião de Jorgenson e Fraumeni [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 a] estes custos de escolaridade e o valor do tempo gasto pelos estudantes pode ser usado para medir o fluxo de recursos para as escolas e universidades.

De acordo com Eisner [EISNER, 1988], Kendrick (1976) usou esta abordagem para estimar o valor para a educação no cálculo do PNB para os EUA, envolvendo os custos das escolas mais os rendimentos perdidos ("foregone earnings", tomados como custos de oportunidade) dos estudantes com 14 anos e mais.

Para Jorgenson e Fraumeni [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 a] apesar dos custos de educação serem altamente significativos em termos económicos, a abordagem baseada no custo para medir investimento em educação ignora a principal característica do processo de educação, o lento período de gestação entre a aplicação dos factores educacionais (na maioria, os serviços dos

professores e o tempo gasto pelos estudantes) e o emergir do capital humano incorporado nos indivíduos formados. Além disso, alguns dos benefícios em educação, tal como maiores salários, são reflectidos em transacções no mercado, e outros nem são registados.

Por isso têm sido feitas tentativas para estimar o investimento em capital humano⁽³⁴⁾ em termos do presumível efeito no valor presente do rendimento esperado. Por exemplo, Jorgenson e Fraumeni [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 a e b] empregam o efeito da educação no rendimento ao longo da vida de um indivíduo como medida do produto do sistema educativo⁽³⁵⁾. De acordo com Sherwood [SHERWOOD, 1994] Jorgenson e Fraumeni medem o produto do sistema educativo num determinado ano como sendo a diferença entre os rendimentos ao longo da vida dos indivíduos provenientes do mercado de trabalho e de actividades não laborais associados ao ano escolar que completaram. Neste quadro de análise, o rendimento futuro devido a educação é derivado dos salários correntes para pessoas que completaram diferentes níveis de educação.

Em geral utilizam-se estimativas baseadas no custo do investimento em educação do ponto de vista contabilístico, porque estas estimativas podem

(34) Já nas décadas de 60 e 70 Becker, Mincer e Schultz acharam útil caracterizar os benefícios da educação através da noção de investimento em capital humano. A educação é olhada como um investimento em capital humano porque os benefícios têm a ver com toda a vida dum indivíduo, sendo que o investimento em educação é só uma das formas de investimento em capital humano.

(35) A metodologia empregue por Jorgenson e Fraumeni enquadra-se nas abordagens em que se medem os resultados da "performance" de um determinado serviço em vez de se medir a unidade de transacção do serviço.

ser derivadas básica, ou totalmente, de dados de transacções no mercado. No entanto, é precisamente este facto que leva a que se negligenciem as actividades não laborais. A abordagem do rendimento ao longo da vida apresentada por Jorgenson e Fraumeni⁽³⁶⁾ [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 a] utiliza estimativas do produto do sector da educação que incorporam o valor do tempo gasto fora do mercado do trabalho.

Para determinar essas estimativas do produto do sistema educativo⁽³⁷⁾ Jorgenson e Fraumeni tiveram de compilar dados sobre o valor económico das actividades no mercado de trabalho (valor do tempo gasto a trabalhar a preços constantes); estimar o valor das actividades não laborais, que incluem tempo gasto em investimento em educação e tempo gasto em lazer, inferindo as taxas de remuneração das actividades não laborais das taxas de salário do mercado (o valor das actividades não laborais medida desta forma excede o valor das actividades laborais, principalmente porque o tempo não laboral excede o tempo de trabalho); estimar o rendimento do trabalho ao longo da vida para todos os indivíduos dos Estados Unidos (estes rendimentos incluem o valor de ambos os mercados - dentro e fora do mercado de trabalho); e estimar o efeito de melhorias do sucesso escolar no rendimento ao longo da vida de todos os indivíduos que frequentaram a escola. Chegaram à conclusão de que o investimento em educação medido deste modo é superior em magnitude ao valor do tempo de trabalho para todos os

(36) *Que apresentaram em 1989, para medir o investimento em capital humano como produto do sistema educacional no contexto de um conjunto completo de contas nacionais para os EUA.*

(37) *Para uma descrição mais detalhada do modelo ver [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 a]*

indivíduos.

Quando aplicada à educação, esta abordagem gera estimativas muito superiores para o produto do sector da educação do que as abordagens baseadas no custo dos factores. Comparando os resultados obtidos através desta abordagem com os resultados obtidos por Kendrick em 1976, Jorgenson e Fraumeni concluem que os dois conjuntos de estimativas diferem em magnitude e as suas tendências, apesar de serem semelhantes, estão longe de ser idênticas.

Algumas críticas a esta abordagem foram feitas por Conrad [CONRAD, 1992]. Para este autor o investimento em capital humano deve ser corrigido da depreciação em conhecimento e educação (por exemplo, deterioração na saúde e erosão ou obsolescência das qualificações), tal como Jorgenson e Fraumeni fazem com o investimento em capital físico, porque deste modo resulta em estimativas demasiado elevadas do investimento. Além disso, refere que a relação entre medidas de qualidade escolar e subsequente sucesso são ambíguas.

Conrad acrescenta ainda que outro modo de ver o produto do sistema educativo, mas não conflituante com esta abordagem, é o de que a educação assinala, discrimina talentos individuais não observáveis de outro modo. No entanto, o efeito discriminação da educação tem um impacto no produto da educação muito semelhante ao medido por Jorgenson e Fraumeni. Além disso, se o rendimento ex-post fôr menor do que o que se estava à espera o investimento estará sobre-avaliado. Para Conrad isto sucede porque o impacto da educação no rendimento ao longo da vida de um indivíduo é um valor esperado que não precisa de se verificar ex-post.

Segundo Griliches [GRILICHES, 1992 a, pg.16] a abordagem de Jorgenson e Fraumeni requer fortes hipóteses, por exemplo, diferenças nos salários correntes, para pessoas de uma determinada idade e sexo, são basicamente devidas a diferenças na educação e não a outros factores, como por exemplo, diferenças de talento.

Capítulo 3 - DEFINIÇÃO E MEDIDA DOS FACTORES DE PRODUÇÃO: TRABALHO E CAPITAL

Neste capítulo pretendem-se sistematizar as questões que estão subjacentes à definição e medida dos factores de produção, trabalho e capital, deixando-se deste modo de lado as questões relacionadas com a medida dos consumos intermédios.

Na medição da produtividade total dos factores cada factor de produção é ponderado pelo seu "share" no total do produto de modo a obter o total dos factores de produção, que surge no denominador do índice de produtividade. Esta medida contempla a substituição de capital por trabalho, e também a substituição de um tipo de trabalho, ou capital, por outro.

Tal como já foi referido e analisado, no capítulo anterior, para a medição do produto, alterações de qualidade ou alterações tecnológicas incorporadas num factor são uma fonte comum de erros de especificação nos estudos de produção que pretendem atribuir crescimento do produto ou da produtividade a uma variedade de fontes. O problema é comum porque surge sempre que alterações de qualidade significativas não são ajustadas pelos índices de preços oficiais. [JANG E NORSWORTHY, 1990]

Ao longo deste capítulo não se vai colocar a questão da possibilidade de agregação do trabalho e do capital enquanto factores de produção heterogéneos, pois esse problema vai ser tratado no capítulo 4.

3.1 - O factor trabalho

A definição do factor trabalho, a utilizar na medida da evolução da produtividade total dos factores, levanta algumas questões quer a nível da variável a utilizar como factor (número de horas de trabalho, ou outra) quer das variáveis a utilizar na construção dos ponderadores (salários, remunerações).

Para Chinloy [CHINLOY, 1980], o factor trabalho é o produto do número de horas de trabalho pela média da qualidade do trabalho por hora. A qualidade do trabalho corresponde ao nível de qualificação fornecida por hora de trabalho, incluindo educação e factores demográficos.

Incluir a medida da qualidade do factor trabalho é importante pois o factor trabalho pode-se alterar sem que se altere o número de horas de trabalho. Por exemplo, se um trabalhador não especializado se especializa aumenta desse modo a sua produtividade marginal, mas o número de horas de trabalho mantém-se.

A questão que se coloca é de como incorporar estas variáveis na medição do factor trabalho.

Para Griliches [GRILICHES, 1987, pg.1012] a nível macro a questão gira em torno da ponderação apropriada para determinados componentes do trabalho.: idade, sexo, educação, etc. A resposta directa é de que devem ser ponderados pelos preços marginais apropriados; mas se os preços observados realmente

reflectem as diferenças subjacentes à sua produtividade marginal é um dos temas mais debatidos da economia do trabalho.

O trabalho pode melhorar a sua qualidade à medida que os trabalhadores têm melhor educação ou formação e que outras alterações resultem em força de trabalho especializada. Estas inovações estão incorporadas no trabalho e são transmitidas através de alterações nas características do factor trabalho. Esta abordagem foi enfatizada nos trabalhos de Denison em 1962, Griliches em 1968, e Kendrick em 1970 [INTRILIGATOR, 1992]. Estes autores derivaram índices separados para cada uma das qualidades do trabalho e mediram a sua contribuição para o crescimento do produto separadamente. No entanto, no final os seus métodos reduziram-se a construir séries de horas/trabalhador corrigidas [NADIRI, 1970].

Jorgenson [JORGENSEN,1990] compara as abordagens de construção de índices do factor trabalho de Denison (1985) e de Kendrick (1983), em termos de horas de trabalho e de remunerações, que a seguir se sintetizam.

Kendrick considera todos os trabalhadores de uma indústria como sendo homogéneos omitindo por completo a influência de alterações da qualidade de trabalho na medida do factor trabalho de cada indústria. No entanto, distingue entre horas trabalhadas por trabalhadores por conta própria e por trabalhadores por conta de outrem, sempre que o primeiro grupo é uma fracção significativa de força de trabalho de uma determinada indústria. Dado que Kendrick decidiu não ponderar as horas de trabalho pelas duas classes de emprego, elimina qualquer efeito potencial de alteração da composição do trabalho. Kendrick não atribui qualquer significado às diferenças existentes

entre os produtos marginais das várias categorias de trabalhadores. Dada esta definição, o índice apropriado do factor trabalho para cada sector é um índice não ponderado das horas trabalhadas. Para Kendrick qualquer alteração na combinação idade, sexo e educação do factor trabalho que leve a maiores níveis do produto sectorial reflecte um avanço no conhecimento e é por isso parte da alteração de produtividade.

Com um ponto de vista oposto, Denison afirma que a desagregação pelas características é essencial na medida do factor trabalho. Denison classifica cruzadamente os trabalhadores por características demográficas, como a idade e o sexo, e educação na derivação de índices do factor trabalho. Para ponderar as séries de horas trabalhadas pela idade-sexo e educação usa dados dos censos sobre ganhos. O principal problema de usar este tipo de dados para medir o produto marginal é o de que os ganhos declarados excluem todos os suplementos salariais e incluem os rendimentos do capital investidos pelos trabalhadores por conta própria. Denison não faz qualquer ajustamento aos dados dos censos para excluir esses rendimentos do capital. No entanto, e como Denison chama a atenção, os ganhos só podem ser usados para ponderar os componentes do factor trabalho se a média dos ganhos dos trabalhadores classificados cruzadamente por educação ou por idade e sexo, fôr proporcional aos correspondentes produtos marginais.

Denison foi um dos principais inovadores no campo da Contabilidade Nacional na óptica do crescimento, em especial o tratamento do factor trabalho como capital humano, nomeadamente na utilização de rendimentos estratificados por nível de educação para obter a qualidade do factor trabalho e no reconhecimento de que algumas destas diferenças de rendimento reflectem

talento inato e não somente a contribuição da educação. [GORDON, 1993, pg.103]

O capital humano refere-se às capacidades produtivas dos seres humanos como agentes produtores de rendimento na economia, ou seja o capital humano é o stock de qualificações e conhecimento produtivo incorporado nas pessoas.

[ROSEN, 1987]

A teoria do capital humano relaciona as capacidades, talentos e qualificações dos trabalhadores com a sua produtividade. Esta relação é feita através de variadíssimas proxies que merecem consideração e análise crítica. Por exemplo, o número de anos de escolaridade representa a educação, enquanto a idade representa a experiência.

O quadro de análise conceptual desta teoria foi primeiramente fornecido por G.Becker, na década de 60, que organizou observações empíricas e forneceu uma metodologia sistemática para procurar novos resultados e implicações da teoria⁽³⁸⁾. [ROSEN, 1987]

(38) *Becker fez a distinção entre capital humano que é específico a um posto de trabalho numa empresa, e o que tem um valor mais geral num conjunto mais vasto de empregos.*

O conceito de capital específico a uma empresa está proximamente ligado com o de capital organizacional (a contribuição de uma pessoa para uma organização específica), e designa as qualificações dos trabalhadores que só podem ser usadas numa única empresa. Capital humano geral representa as qualificações que não estão especificamente ligadas a uma só empresa e cujo emprego pode ser transferido de uma empresa para outra sem significativa perda de valor.

Esta distinção (capital humano específico / capital humano geral) provou ser valiosa para a análise de determinantes de mudança de emprego e da ligação do trabalhador à empresa. [ROSEN, 1987]

A grande realização da teoria do capital humano é a de que se verifica estatisticamente para vários países, com base em inquéritos a empresas, que:

- quanto mais elevado o nível de educação escolar, maior o salário;
- o perfil de salários, numa perspectiva "cross section", sobe com a idade até um determinado ponto, em que estagna ou mesmo diminui. Este ponto é mais distante, mais avançado na idade quanto maior o nível de escolaridade. O salário de reforma é maior quanto maior o nível de escolaridade.

Não se deve esquecer que na análise da produtividade total dos factores os salários, ou mais genericamente as remunerações, são os preços do factor trabalho que estão na base do cálculo dos "shares" do trabalho.

Um tema comum na teoria do capital humano é a qualificação, e do ponto de vista do trabalhador, a acumulação de capital específico ao posto de trabalho.

A importância da inclusão das qualificações na medida do factor trabalho para o estudo da produtividade, foi realçada por Haskel e Martin, que num texto de 1993 [HASKEL E MARTIN, 1993] estudaram a ligação entre carência de trabalho qualificado e produtividade no Reino Unido no período de 1980 a 1986. Este estudo foi feito com base num modelo⁽³⁹⁾ em que a carência de trabalho qualificado leva à diminuição da produtividade, por duas vias: 1)

(39) em que o factor trabalho é dado pela equação:

$$N = H E^\gamma L_s^\theta L_u^{1-\theta}$$
, onde N é o factor trabalho efectivo, H é o número de horas trabalhadas, E representa o esforço por trabalhador/hora, L_s representa os trabalhadores qualificados empregados e L_u representa os trabalhadores não qualificados empregados, com $L = L_s + L_u$ (emprego total).

aumentando o custo de contratação por trabalhador qualificado, o que leva a que as empresas contratem trabalhadores menos qualificados, e 2) fazendo com que as empresas tenham menos possibilidades de negociar com os seus trabalhadores níveis mais elevados de esforço. Além disso, o facto de existirem carências de trabalho qualificado pode fazer com que o investimento e implementação de novas tecnologias se reduzam. Tendo aplicado o modelo na análise de 81 empresas industriais, os autores concluíram que, mantendo controlados outros efeitos nos mercados do trabalho e do produto, o aumento na carência de trabalho qualificado no período 1980/86 reduziu o crescimento da produtividade em aproximadamente 0.7% ao ano.

Ajustar o número de horas trabalhadas incorporando no factor trabalho os factores demográficos (como a idade e o sexo), a educação, a experiência e as qualificações tornou-se um procedimento comum no estudo da produtividade total dos factores. Omitir estas variáveis gera erros de especificação e de agregação.

Tachibanaki [TACHIBANAKI, 1976], além das variáveis mais habitualmente utilizadas (idade, sexo e educação), usou a componente de qualidade experiência como componente de qualidade do factor trabalho. A experiência⁽⁴⁰⁾ foi medida como o número de anos de trabalho que um trabalhador esteve na mesma empresa, porque a maior duração numa empresa dá oportunidade de ganhar mais qualificações através de "learning by doing" e "specific job training". Do ponto de vista da teoria do capital humano, a

(40) Uma outra "proxy" para a experiência é o número de anos de actividade, tomado como a idade menos o número de anos na escola menos 5 (ou 6), variável utilizada por A.Blinder num texto de 1976, ao estudar a relação entre salários, nível de educação e experiência. [BLINDER, 1976]

experiência neste estudo pode ser definida como capital humano específico da empresa, que não é transferível para outras empresas.

Jorgenson e Fraumeni num texto de 1992 [JORGENSEN E FRAUMENI, 1992 b] salientam a relevância da variável educação no estudo da produtividade e do crescimento do produto. As pessoas diferem grandemente na sua eficácia no seu posto de trabalho. Pessoas mais educadas ou melhor treinadas são mais produtivas do que pessoas menos educadas ou pouco treinadas⁽⁴¹⁾. No entanto, educação e formação têm um custo, por isso a substituição de pessoas com mais educação e formação requer investimento em capital humano.

Para Chinloy [CHINLOY, 1980] as alterações na qualidade podem ser expressas como a soma dos principais efeitos associados às variáveis educação, qualificação e factores demográficos e efeitos interactivos de vária ordem dando origem a uma equação de crescimento do factor trabalho. Desse modo decompõe o factor trabalho pelos factores que contribuem para o seu crescimento: idade, sexo, educação, situação na profissão (trabalhador por conta de outrem / trabalhador por conta própria), e ocupação, e pelos factores interactivos: idade/sexo, idade/educação, etc., usando dados sobre a economia dos EUA no período 1947-1974.

No seguimento deste tipo de raciocínio, Jorgenson, Gollop e Fraumeni [1987] utilizam para a medida do factor trabalho os dados de horas de trabalho e

(41) No entanto não se devem deixar de lado outros factores inatos ao próprio indivíduo, como, por exemplo, o talento, ou capacidade. Pessoas mais talentosas, para um determinado nível de educação, ganham mais do que pessoas menos talentosas. Como "proxy" pode ser utilizado o QI, que no entanto só por si não tem dado grandes resultados, levantando-se mesmo questões na definição e medida do QI.

remunerações para cada indústria classificados cruzadamente por idade, sexo, educação, situação na profissão e ocupação dos trabalhadores⁽⁴²⁾. Os índices calculados para a qualidade do trabalho (pela diferença entre índices de trabalho parciais relativos às características simples ou cruzadas, e o número de horas de trabalhadas)⁽⁴³⁾ têm subjacente que alterações nos factores demográficos, ocupação e composição industrial foram uma fonte significativa de crescimento no pós-guerra para a economia dos Estados Unidos da América.

(42) Jorgenson, Gollop e Fraumeni [1987, cap.8] definem os índices parciais do factor trabalho (L) somando as horas trabalhadas (H) e os correspondentes "shares" (v) sobre algumas das características da força de trabalho, e construindo um índice translog (ver capítulo 5) sobre as restantes características.

As características são: 2 sexos (s), 8 grupos de idade (a), 5 grupos de educação (e), 2 grupos de situação na profissão (c), 10 grupos de ocupação dos trabalhadores (o) e 51 indústrias (i).

Obtém-se assim índices de várias ordens de acordo com as combinações das características: 6 índices de 1ª ordem, 15 índices de 2ª ordem, 20 índices de 3ª ordem, 15 índices de 4ª ordem, 6 índices de 5ª ordem e 1 índice de 6ª ordem; e um índice global.

Por exemplo, a taxa de crescimento do índice de 1ª ordem que corresponde ao sexo (L_s), é dada por:

$$\Delta \ln L_s = \sum_s \bar{v}_s \Delta \ln H_s = \sum_s \bar{v}_s \Delta \ln \sum_a \sum_e \sum_c \sum_o \sum_i H_{saecol}$$

em que: $\Delta \ln L_s = \ln L_s(T) - \ln L_s(T-1)$, e

$$\bar{v}_s = \frac{1}{2} [v_s(T) - v_s(T-1)] \text{ com } v_s = \sum_a \sum_e \sum_c \sum_o \sum_i v_{saecol}$$

(43) Por exemplo, a contribuição de 1ª ordem do sexo para a taxa de crescimento da qualidade do trabalho (Q_L):

$$\Delta \ln Q_{Ls} = \Delta \ln L_s - \Delta \ln H_s$$

com $\Delta \ln L_s$ calculado anteriormente e

$$\Delta \ln H = \Delta \ln \sum_s \sum_a \sum_e \sum_c \sum_o \sum_i H_{saecol}$$

3.2 - O factor capital

A definição de capital, neste caso capital físico, tem sido das áreas mais controversas na economia.

Ao longo do tempo as várias escolas de pensamento económico têm dado diferentes respostas quanto à definição e utilização do termo capital, dependendo do objectivo da análise que se está a realizar.

De acordo com Kurz [1987, pg.357] apesar da forte simplificação, as várias tradições na teoria do capital e distribuição podem ser divididas em dois grupos principais, um com raízes na 'abordagem dos excedentes' dos economistas clássicos de Adam Smith até Ricardo e outra na 'abordagem da oferta e da procura' dos primeiros economistas marginalistas. A chamada 'controvérsia de Cambridge' teve início com Joan Robinson, num paper de 1953 / 54 [ROBINSON, 1953/54], e consiste essencialmente no confronto destas duas tradições radicalmente diferentes.

Para Joan Robinson os proponentes da teoria da produtividade supõem que a produtividade marginal do capital determina a taxa de juro. Mas a margem não pode ser determinada até a quantidade de capital ser conhecida, e esta por sua vez, ainda de acordo com os teóricos da produtividade, só pode ser conhecida quando a taxa de juro o fôr. Assim, para determinar a taxa de juro tem de se saber primeiro a taxa de juro. [AHMAD, 1991, pg.441]

Para evitar esta questão Robinson propôs uma abordagem indirecta para medir o capital, em termos de tempo de trabalho, tendo-lhe chamado capital real, que é o valor do capital a dividir pela taxa de salário, quando capital e a taxa de salário são medidos em unidades idênticas. [AHMAD, 1991, pg.130]

Os analistas da produtividade total dos factores têm tentado medir os recursos de capital utilizados no processo de produção. Medir a contribuição de uma unidade de capital para a produção de bens e serviços envolve problemas conceptuais e técnicos. Idealmente o factor capital deve ser tratado como um fluxo e não como um stock que se deprecia. A distinção não levaria necessariamente a um problema de medição se os serviços de capital usados num determinado ano fossem pagos nesse ano, isto é, se todo o capital fosse alugado. Neste caso, as transacções no mercado de aluguer fixariam o preço e a quantidade de capital em cada periodo. Mas na realidade a maioria das empresas possui as suas máquinas e não existe um verdadeiro mercado de aluguer para utilizar como padrão para as estimativas actuais/reais. Os preços de aluguer são geralmente estimados a partir de dados sobre os custos de depreciação. Mas esses custos de depreciação são custos contabilísticos que não permitem determinar a taxa de depreciação económica que deva ser utilizada na medida da produtividade. Assim, os dados de mercado são inadequados para a tarefa de estimação directa do preço e quantidade dos serviços de capital, o que levou ao desenvolvimento de métodos indirectos para inferir a quantidade de capital, como, por exemplo, o método do "perpetual inventory".

Outra característica que distingue o capital como factor de produção, e que está na base do método do "perpetual inventory", é o facto deste ser um bem

durável. De acordo com Hulten [1990, pg.120] durabilidade significa que um bem de capital é produtivo para dois ou mais períodos de tempo.

Podemos referir-nos a bens duráveis adquiridos em diferentes momentos de tempo como diferentes gerações de capital. O fluxo de serviços de capital é o índice de quantidade de bens duráveis de diferentes gerações. Sob a hipótese de substituição perfeita entre os serviços de bens de diferentes gerações, o fluxo de serviços de capital é a soma ponderada de investimentos passados⁽⁴⁴⁾. Os pesos correspondem a eficiências relativas de diferentes gerações de capital.

No modelo do "perpetual inventory" assume-se que a quantidade do factor capital é proporcional ao stock de capital, em que o stock é uma soma ponderada dos investimentos passados. A eficiência relativa de um bem de capital depende da idade do bem e não do momento em que este é adquirido. Quando um bem de capital deixa de ser usado a sua eficiência relativa cai para zero. [JORGENSEN, GOLLOP E FRAUMENI, 1987]

O investimento representa a aquisição de bens de capital num determinado momento de tempo. A quantidade de investimento é medida como os bens duradouros, por exemplo, o número de máquinas de uma dada especificação ou o número de prédios. O preço de aquisição é o custo unitário de adquirir uma determinada peça de equipamento ou estrutura. Por contraste ao investimento, os serviços de capital são medidos em termos da utilização dum bem duradouro

(44) Supondo que se conhece a quantidade de investimento (capital acrescentado) em cada ano, I_t , mas não se conhece a quantidade de capital, K_t , a questão coloca-se em como determinar K_t a partir de I_t .

para um determinado periodo de tempo, por exemplo, o prédio pode ser alugado por um determinado número de anos, sendo o preço dos serviços de um bem duradouro o custo unitário de utilizar o bem num determinado período.

[JORGENSEN, GOLLOP E FRAUMENI, 1987]

Formalizando, a equação tipo do modelo do "perpetual inventory" é:

$$(3.1) \quad K_t = \phi_0 I_t + \phi_1 I_{t-1} + \dots + \phi_T I_{t-T},$$

onde K_t representa a quantidade de stock de capital no momento t , I_t representa a quantidade de investimento no momento t , ϕ_τ representa a distribuição das eficiências relativas, com $\tau = 0, 1, \dots, T$, em que $\phi_0 = 1$ (a eficiência relativa de um novo bem de capital é igual à unidade) e $\phi_\tau - \phi_{\tau-1} \geq 0$ (as eficiências relativas são não crescentes), em que se pode representar por $v=t-T$ a idade da geração de capital sobrevivente mais antiga (originalmente comprada como novo investimento no momento $t-T$).

Assim, a medida do stock de capital usando o modelo de "perpetual inventory" requer uma estimativa da sequência de eficiências relativas ($\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_T$). Dado que esta sequência geralmente não é observável é necessário utilizar métodos indirectos. Podem-se, por exemplo, supôr padrões de evolução para os ϕ , dos quais os mais utilizados são:

- 1) A eficiência relativa é constante ao longo de uma vida com T períodos, e é zero depois.

$$\phi_\tau = \begin{cases} 1 & \tau = 0, 1, \dots, T-1 \\ 0 & \tau = T, T+1, \dots \end{cases}$$

2) A eficiência declina linearmente ao longo de uma vida com T períodos, e é zero depois.

$$\phi_{\tau} = \begin{cases} 1 - \frac{\tau}{T} & \tau = 0, 1, \dots, T-1 \\ 0 & \tau = T, T+1, \dots \end{cases}$$

3) A eficiência declina geometricamente a uma taxa δ .

$$\phi_{\tau} = (1 - \delta)^{\tau} \quad \tau = 0, 1, \dots$$

Esta distribuição tem uma forma analítica muito conveniente, pelo que é largamente utilizada. No entanto, como Hulten [1990, pg.125] refere, esta hipótese tem implícita uma rápida perda de eficiência nos primeiros anos de vida activa, tão rápida que alguns autores a acham pouco plausível.

Para Hulten [1990, pg.126] existem limitações à utilização de qualquer método de "perpetual inventory" baseado nos procedimentos de estimação das eficiências relativas (ϕ) anteriormente citados. Por exemplo, neste método assume-se que as empresas não são livres de colocar fora de uso o capital já utilizado, como as condições económicas ditam, as actividades de manutenção e reparação não influenciam as eficiências relativas, e uma taxa de utilização mais elevada não leva a que a eficiência dos activos diminua mais rapidamente. Apesar do aumento da complexidade da análise que isso viria a gerar, Hulten sugere que um modelo mais completo deveria reconhecer a endogeneidade da sequência ($\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots$).

O modelo do "perpetual inventory" é caracterizado por uma dualidade preço - quantidade. O preço de aluguer do factor capital é um índice de preços, que corresponde a um índice de quantidades, dado pelo fluxo de serviços de capital. Os preços de aluguer para todas as gerações de capital são proporcionais ao índice de preços do factor capital. As constantes de proporcionalidade são dadas pelas eficiências relativas de diferentes gerações de capital.

De acordo com Hulten [HULTEN, 1990, pg.127] enquanto o valor de um activo está claramente relacionado com a sua produtividade, a natureza exacta dessa relação está longe de ser óbvia, pelo que em seguida se expõe a relação entre depreciação económica e eficiência relativa de um activo⁽⁴⁵⁾.

Em concorrência perfeita, o custo de produzir um activo é igual ao custo de possuir um activo, sendo também igual ao valor actual das rendas esperadas geradas durante a vida do activo. Para um novo activo a relação toma a forma:

$$(3.2) \quad p_{t,0}^I = \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{p_{t+\tau,\tau}^k}{(1+r)^{\tau+1}},$$

onde $p_{t,0}^I$ é o preço de aquisição de equilíbrio do novo activo no momento t , o termo $p_{t+\tau,\tau}^k$ é rendimento anual bruto esperado gerado pelo activo quando tem τ anos de idade (no ano $t+\tau$), e r é a taxa de juro nominal à qual os fluxos de rendimento são descontados (que para simplificar é assumida como

(45) Segue-se, nesta demonstração, muito de perto HULTEN [1990].

constante).

A situação para as gerações de activos é análoga, sendo, no entanto, a oferta de activos inelástica no intervalo de preços no qual as gerações de capital se mantêm ao serviço. Assim, o preço de aquisição de equilíbrio é:

$$(3.3) \quad p_{t,s}^I = \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{p_{t+\tau,s+\tau}^k}{(1+r)^{\tau+1}} \quad \text{com } s = 1, 2, 3, \dots,$$

em que $s = t-v$ designa a idade do activo. Esta expressão é a generalização de (3.2) e indica que o valor de um activo de qualquer geração é igual ao valor restante rendimento bruto, ou renda, associado ao activo.

Através da minimização do custo, pode-se estabelecer uma relação indirecta entre o preço de aquisição e a eficiência dum activo. Quando existem mercados de aluguer para o capital de todas as gerações, a minimização do custo tem subjacente que o capital de cada geração será alugado até ao ponto em que o valor do seu produto marginal é igual ao preço de aluguer. Assim, a taxa marginal de substituição entre o capital da geração v e o novo capital é igual ao correspondente rácio de preços de aluguer:

$$(3.4) \quad \frac{p_{t,s}^k}{p_{t,0}^k} = \frac{\delta Y / \delta I_v}{\delta Y / \delta I_t} = \phi_s, \quad s = 1, 2, 3, \dots$$

onde a segunda igualdade provém dos teoremas da agregação⁽⁴⁶⁾. Esta equação significa que o parâmetro de eficiência relativa, ϕ_s , pode ser interpretado

(46) Assunto que vai ser tratado mais adiante (capítulo 4), embora este resultado seja importante neste ponto. Para uma descrição mais detalhada ver HULTEN [1990, pg.123].

como um rácio de preços relativos de aluguer, ou como o rácio de eficiências produtivas relativas. Assim, existe a seguinte simetria entre preços e quantidades:

$$(3.5) \quad I_{v,s} = \phi_s I_{v,0} \quad \text{e} \quad p_{t,s}^K = \phi_s p_{t,0}^K .$$

Esta simetria tem subjacente que o preço de aluguer da geração v é ϕ_s vezes o preço de aluguer do novo capital. O preço do activo $p_{t,s}^I$ em (3.3) pode ser escrito em termos da sequência das eficiências relativas e preços de aluguer dos novos activos:

$$(3.6) \quad p_{t,s}^I = \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{\phi_{s+\tau} p_{t+\tau,0}^K}{(1+r)^{\tau+1}} , \quad \text{com } s = 1, 2, 3, \dots$$

Esta expressão faz a ligação entre a valorização e a eficiência de activos. Foi derivada no caso em que existem mercados de aluguer, mas também é válida para o caso em que o capital é utilizado pelo seu proprietário. Na verdade (3.6) pode ser "resolvida" de modo a obter a expressão da renda implícita em termos das outras variáveis de (3.6).

$$(3.7) \quad p_{t,s}^K = [r - \rho_{t,s} + (1+\rho_{t,s}) \delta_{t,s}] p_{t,s}^I , \quad \text{com } s = 1, 2, 3, \dots$$

onde (3.8) $\rho_{t,s} = \frac{p_{t+1,s+1}^I}{p_{t,s+1}^I} - 1 ,$

é a taxa de "inflação" esperada do preço da geração de activos que ocorre entre os anos t e $t+1$, e

$$(3.9) \quad \delta_{t,s} = - \left(\frac{p_{t,s+1}^I}{p_{t,s}^I} - 1 \right),$$

é a taxa de declínio do preço do activo com idade s (ou é o declínio no preço à medida que o capital da geração v se torna como o capital da geração $v-1$).

A expressão (3.7) significa que quando os activos são utilizados pelo proprietário, o valor de equilíbrio da renda implícita deve cobrir o custo de oportunidade real de um investimento de valor $p_{t,s}^I$ assim como a perda no valor do activo à medida que o activo envelhece.

Para Hulten [HULTEN, 1990, pg.129] demonstra-se que a definição Hicksiana de depreciação⁽⁴⁷⁾ é igual a $\delta_{t,s} p_{t,s}^I$, de acordo com (3.9), pelo que δ é a taxa de depreciação económica.

A expressão (3.9) também pode ser usada para estabelecer a ligação entre a depreciação económica e variações na eficiência dos activos. Rearranjando os termos de (3.9) obtém-se:

$$(3.10) \quad \delta_{t,s} p_{t,s}^I = p_{t,s}^I - p_{t,s+1}^I = \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{(\phi_{s+\tau} - \phi_{s+\tau+1}) p_{t+\tau,0}^k}{(1+r)^{\tau+1}},$$

para um activo de idade s . Esta expressão significa que a depreciação económica Hicksiana é o valor actual do rendimento de aluguer perdido devido

(47) "Hicks (1946) define rendimento como o montante máximo que pode ser gasto durante um período enquanto se mantém o valor do capital intacto; a depreciação económica é então definida como o montante de dinheiro, a preços constantes, que é necessário pôr de lado de modo a manter o capital em termos reais." [HULTEN, 1990, pg.129]

à diminuição da eficiência ($\phi_{s+\tau} - \phi_{s+\tau+1}$) que ocorrerá em cada ano no futuro ($\tau = 0, 1, 2, \dots$). Isto é, a depreciação ocorre porque o padrão de eficiência é alterado/deslocado um ano por cada ano que o activo envelhece. É a alteração no padrão de eficiência total que leva a um declínio no valor do activo.

A equação (3.10) mostra que a depreciação económica (um efeito preço) e a diminuição da eficiência (um efeito quantidade) não são conceitos independentes. Não se pode escolher um padrão de eficiência independentemente do padrão de depreciação e manter a hipótese de equilíbrio competitivo ao mesmo tempo; e, não se pode escolher arbitrariamente um padrão de depreciação independentemente da trajectória observada para os preços da geração de activos p_s^I . Assim, por exemplo, se se usar um padrão de eficiência linear no modelo do "perpetual inventory", o padrão de depreciação económica terá de ser não linear.

Como já foi referido, no modelo do "perpetual inventory" assume-se que o fluxo de serviços de capital é proporcional ao stock. Esta hipótese é necessária porque o fluxo de serviços geralmente não é observável, e é justificável pelo carácter de longo prazo do modelo de produtividade. No longo prazo, flutuações cíclicas no fluxo dos serviços, em média, compensam-se e pode-se assumir que o rácio entre o fluxo de serviços e o stock de capital é constante. No entanto, essa hipótese aplicada a dados anuais é altamente duvidosa [HULTEN, 1986].

Hulten [1986] analisa esta questão e as suas consequências para a medida da produtividade total dos factores. Considera o rácio de utilização do capital

definido como:

$$(3.11) \quad U_k(t) = \frac{J(t)}{K(t)},$$

onde $J(t)$ representa o fluxo de serviços e $K(t)$ o stock de capital correspondente⁽⁴⁸⁾. Dado que não se pode medir $J(t)$ e que $U(t) < 1$ para algum t , o facto de se utilizar $K(t)$ na análise da produtividade, em vez de $J(t)$, faz com que o resíduo obtido seja dado por:

$$(3.12) \quad \frac{\dot{A}'}{A'} = \frac{\dot{A}}{A} + s_k \frac{\dot{U}_k}{U_k} \quad (\text{em que } s_k \text{ é o "share" do capital, definido no capítulo 1})$$

isto é, o falso resíduo \dot{A}'/A' calculado usando o stock de capital em vez do fluxo de capital, é igual ao verdadeiro resíduo (calculado com o fluxo de capital) mais a taxa de variação da utilização do capital ponderada pelo share do capital no rendimento. Assim, o facto de não se medirem os serviços de capital resulta num enviesamento potencial no resíduo que varia com a taxa de utilização do stock de capital. [HULTEN, 1986]

No entanto, a relação entre serviços de capital e stock de capital nem sempre é fácil. Por isso, uma das alternativas, proposta por Hulten [HULTEN, 1986] no seguimento da metodologia de Berndt e Fuss, é abandonar a noção de serviços de capital e construir uma teoria de produtividade utilizando stocks de capital. Esta abordagem alternativa⁽⁴⁹⁾ vê o capital como um factor

(48) Hulten [1986, pg.38] refere que este rácio varia consideravelmente de ano para ano.

(49) Esta é a abordagem utilizada na literatura recente de equilíbrio temporário, na qual a função de produção é interpretada como a relação entre

quasi-fixo e distingue entre curvas de custos de curto prazo e de longo prazo. No longo prazo, a quantidade de stock de capital pode variar para atingir o nível desejado (minimização do custo ou maximização do lucro) e no curto prazo é fixa, só podendo ser ajustados os factores variáveis (por exemplo, trabalho). O equilíbrio de curto prazo é determinado pela igualdade entre preço e custo marginal de curto prazo (CMeCP). Este equilíbrio pode ou não ocorrer ao nível de produção ao qual o custo médio de curto prazo (CMeCP) é minimizado (e igual ao custo médio de longo prazo (CMeLP)), sendo o equilíbrio de curto prazo, Y , superior ao nível de produção de longo prazo, Y^* .

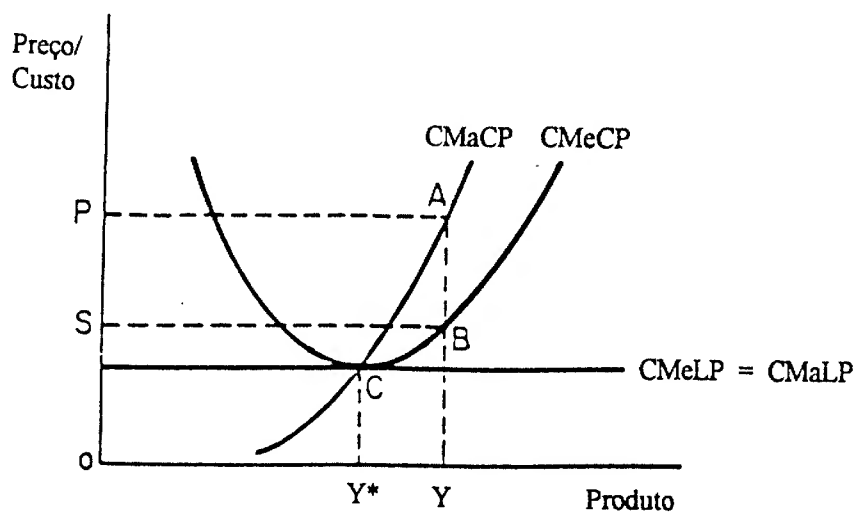


Figura 1

De acordo com Hulten [HULTEN, 1986], Berndt e Fuss adoptaram este enquadramento teórico como ponto de partida para a análise da produtividade utilizando o stock de capital. Definem a taxa de utilização ($U(t)$) como o

um fluxo de produto e um fluxo variável do factor trabalho, aplicados a um stock de capital quasi-fixo. [HULTEN, 1990, pg.135]

rácio entre o produto actual/realizado em relação ao produto ao qual o CMeCP é minimizado. Assim,

$$(3.13) \quad U(t) = \frac{Y(t)}{Y^*(t)} .$$

Conceptualmente a taxa de utilização depende da quantidade de factores variáveis aplicados ao stock de capital quasi-fixo associados à variação em $Y(t)$. Quando a empresa está em equilíbrio de longo prazo com rendimentos constantes à escala, os níveis de factores variáveis minimizam o CMeCP e o CMeLP em $Y(t) = Y^*(t)$, e $U(t) = 1$. Quando uma quantidade maior de factores é aplicada ao stock de capital quasi-fixo, $U(t) > 1$, e inversamente quando uma quantidade menor de factores variáveis é aplicada.

Seguindo a análise de Berndt e Fuss, Hulten incorpora a taxa de utilização, $U(t)$, na medida da produtividade total dos factores considerando que quando $Y(t) > Y^*(t)$ o capital ganha uma renda quasi-fixa $Z^K(t)$ que é superior à renda $p^K(t)$ que pode ser vista como a renda de longo prazo que seria ganha se $Y(t) = Y^*(t)$. Quando $Y(t) \neq Y^*(t)$, o valor do produto marginal realizado do capital em cada período é igual à renda quasi-fixa $Z^K(t)$:

$$(3.14) \quad q(t) \frac{\delta Y(t)}{\delta K(t)} = Z^K(t) \neq p^K(t),$$

em que q é o preço do produto. Esta é a equação fundamental da abordagem de Berndt e Fuss⁽⁵⁰⁾.

(50) Esta equação assume que $K(t)$ não pode ser ajustado instantaneamente de modo a manter o equilíbrio de longo prazo. O nível de $K(t)$ é tomado como dado e os custos de ajustamento do stock são ignorados na avaliação do stock período a período.

Na figura 1, $[Z^K(t) - p^K(t)]K(t)$ corresponde à area (ABSP). Dada a equação

(4) Berndt e Fuss mostram que a evolução da produtividade total dos factores deve ser medida como:

$$(3.15) \quad \frac{\dot{A}^*}{A^*} = \frac{\dot{Y}}{Y} - v_k \frac{\dot{K}}{K} - v_L \frac{\dot{L}}{L},$$

onde o stock de capital é utilizado em vez dos serviços de capital e os "shares" são definidos como:

$$(3.16) \quad v_k = \frac{Z^K K}{q Y} \quad \text{e} \quad v_L = \frac{p^L L}{q Y} = s_L,$$

em que (3.17) $q(t)Y(t) = Z^K(t)K(t) + p^L(t)L(t)$.

Estes pesos igualam as correspondentes elasticidades do produto:

$$(3.18) \quad v_k = \omega_k \quad \text{e} \quad v_L = \omega_L$$

e assim, $v_k + v_L = 1$.

Assim, a utilização dos preços de equilíbrio de longo prazo no cálculo dos "shares" do capital, em vez da quasi-renda $Z^K(t)^{(51)}$, gera estimativas enviesadas da medida da produtividade total dos factores.

(51) Com rendimentos constantes à escala, e dada a relação (7) pode-se estimar $Z^K(t)$ a partir de:

$$Z^K(t) = \frac{q(t)Y(t) - p^L(t)L(t)}{K(t)}$$

Assim, a quasi-renda é o rendimento residual não devido aos factores variáveis, por unidade de stock de capital (receita menos pagamentos a todos os factores variáveis). Como todas as variáveis do lado direito são da equação são mensuráveis pode-se obter uma estimativa de $Z^K(t)$.

Toda a análise feita até este momento é baseada na hipótese de que o capital é medido em unidades físicas, pois o método do "perpetual inventory" requer séries de investimento expressas em unidades físicas, o que normalmente não é possível, ou séries a preços constantes. Como os dados geralmente provêm de transacções de bens de investimento no mercado, é necessário obter um deflator de preços para transformar os valores nominais em valores reais.

O processo de deflação pode introduzir erros adicionais nos dados, podendo-se destacar duas fontes potenciais de erro: o facto de se aplicar um deflator único a bens que são de facto heterogéneos e os ajustamentos que têm de ser feitos para incorporar alterações de qualidade.

A enorme variedade de activos de capital faz com que alguns tipos de capital sejam tratados como homogéneos apesar de não o serem. Por exemplo, rubricas como edificios ou máquinas são vistas como categorias homogéneas para efeitos de medida, apesar de incluírem tipos muito diferentes de capital. Nestes casos a quantidade do bem "pseudo-homogéneo" é determinada adicionando valores correntes de cada componente e deflacionando o resultado pelo nível de preços num determinado ano base. Segundo Hulten [HULTEN, 1990, pg.131] os dados relativos a despesas de investimento correntes são fáceis de obter, mas descobrir índices de preços apropriados é muito mais difícil.

Ainda de acordo com Hulten [1990, pg.132], o problema da determinação de um índice de preços apropriado é muito simplificado se os preços individuais dos activos se moverem no mesmo sentido (por exemplo, se forem proporcionais). Neste caso, os níveis de preços diferem somente de uma constante de modo que as quantidades podem, em princípio, ser redefinidas

tornando idênticos os preços dos activos.

Denison [1993] resume as várias hipóteses de tratamento de alterações de qualidade nos bens de capital, quando um modelo de um bem substitui outro.

1) O método que Denison prefere é o método da escola de Cambridge, que evita o problema valorizando o investimento em bens de capital assim como outros tipos de investimento, pelo valor do consumo "foregone", isto é, aplica ao valor dos bens de investimento um deflator de preços dos bens de consumo em vez de tentar obter um deflator para os bens de investimento.

2) Bens de capital equivalentes pelo custo. Os novos bens de capital são equivalentes aos antigos se os seus custos de produção num momento comum (ou se não são produzidos numa data comum, o que os seus custos seriam se fossem ambos produzidos num momento comum) forem os mesmos. De acordo com Denison é o método geralmente aplicado pelo Bureau of Economic Activity (BEA), mas com algumas excepções.

3) Bens de capital proporcionais ao produto total, isto é, consideram-se como equivalentes dois bens de capital se produzirem o mesmo produto. É um método com poucos apoiantes a nível teórico, pois não entra em conta com alterações na proporção dos factores. No entanto, a nível prático é utilizado, em particular, na análises "input-output".

4) Bens de capital equivalentes pelo produto marginal. Este método requer que quando um novo modelo de um bem de capital é introduzido se tenham em conta os efeitos quer no produto quer nas necessidades de outros factores.

Os novos bens de capital são equivalentes aos antigos se os seus produtos marginais, deduzindo os custos variáveis, forem idênticos.

Esta foi a metodologia estudada a nível teórico por Gordon em 1991⁽⁵²⁾, e que aplicou na determinação de deflatores de dois tipos de bens de equipamento duráveis, aviões comerciais e equipamento gerador de energia eléctrica. Devido à escassez de dados só lhe foi possível utilizar este método para estes dois tipos de equipamento, tendo os preços dos restantes bens que compõem o índice de preços dos bens de equipamento duráveis, sido estimados por outros procedimentos, nomeadamente pelo método dos preços hedónicos, outra abordagem que fornece uma solução possível para o problema de excesso de variedade de bens de capital.

Tal como foi analisado no capítulo 2, no contexto da abordagem hedónica, os bens de capital individuais são vistos como cabazes de características em vez de entidades físicas discretas. A abordagem hedónica é particularmente útil quando existem muitas variedades de capital incorporando apenas poucas características. Sob certas condições as técnicas hedónicas podem ser usadas para estimar "preços" associados a diferentes características. Estes preços podem ser usados para deflacionar a despesa corrente de um grupo de bens de capital ou para deflacionar as componentes separadamente. Para Hulten [1990] apesar desta abordagem ser muito interessante, também é limitada pois muitas vezes os bens de capital são comprados como unidades físicas e os preços das características dos componentes não são directamente observáveis.

(52) Num texto de 1971 Gordon [GORDON, 1971] fez a comparação entre o cálculo do índice de preços por grosso dos EUA calculado pelo BEA (" método convencional") e o índice calculando certas rubricas utilizando o método hedónico.

Capítulo 4 – QUESTÕES TEÓRICAS RELACIONADAS COM A AGREGAÇÃO DO PRODUTO E DOS FACTORES

No contexto da análise da produtividade total dos factores, a nível teórico tem interesse estudar as restrições impostas pela agregação ao modelo da função de produção neoclássica, que pressupõe a existência de produtos e factores homogéneos, e agregáveis, condição que geralmente, como foi visto nos capítulos anteriores, não se verifica, tornando desse modo mais complexo, mas também mais interessante, o estudo da agregação de produtos e factores.

Neste capítulo serão abordadas, nos seus aspectos essenciais, algumas dessas questões teóricas que se colocam à agregação do produto e dos factores, e as condições necessárias e suficientes para a existência de uma função de produção agregada. É deixado para o capítulo 5 o modo como os diferentes autores têm resolvido estas questões empiricamente.

Assim, no sub-capítulo 4.1 serão apresentadas as condições necessárias e suficientes para a agregação do capital, supondo que o trabalho e o produto são homogéneos. No sub-capítulo 4.2 serão analisadas as condições impostas à agregação do trabalho e do produto. Por fim, no sub-capítulo 4.3, apresentar-se-ão algumas extensões à análise da agregação do capital.

A questão da agregação na teoria da produção coloca-se a diferentes níveis. A nível da empresa podem existir diferentes tipos de produtos, trabalho e capital, o que exige restrições à sua agregação. No caso do capital, por

exemplo, mesmo que exista um só tipo podem existir várias gerações, pelo que também é necessário impôr condições à sua agregação. A nível de várias empresas (da indústria, dos sectores, ou da economia) a existência de uma função de produção agregada (ou de uma função que lhe seja dual) requer ainda mais restrições⁽⁵³⁾.

Subjacente a muitos resultados da agregação está o teorema da separabilidade de funções de Leontief (1947).

A interpretação de Solow [solow, 1955-56, pg.102/103] dada a este teorema é a seguinte: no caso de uma empresa, supondo que se tem uma função de produção $Y = F(L, K_1, K_2)$, em que Y é um produto, L é um único tipo de trabalho, e K_1 e K_2 são dois tipos diferentes de capital, a questão que se coloca é a de saber em que condições se pode escrever:

$$(4.1) \quad Y = F(L, K_1, K_2) \equiv H(L, K)$$

$$K \equiv \phi(K_1, K_2) .$$

Calculando a taxa marginal de substituição de K_1 por K_2 , ou seja o rácio das suas produtividades marginais, tem-se:

$$(4.2) \quad \frac{Pm_1}{Pm_2} = \frac{\delta F / \delta K_1}{\delta F / \delta K_2} \equiv \frac{\delta \phi / \delta K_1}{\delta \phi / \delta K_2} , \text{ que é independente de } L,$$

(53) A não ser que se trabalhe com a hipótese de que cada empresa produz o mesmo produto, Y , com os mesmos dois factores, capital e trabalho, em que o capital total, K , e o trabalho, L , disponíveis na economia estão distribuídos pelas empresas de forma a que maximizem o produto total, Y , leva a que a função de produção agregada possa ser sempre escrita como $Y = F(K, L)$. [FISHER, 1987, pg.54]

No entanto, esta hipótese é demasiado restritiva para que possa ter algum interesse teórico. A nível do factor trabalho ainda se pode supôr a homogeneidade e mobilidade na indústria (que se verifica em mercados de trabalho perfeitamente competitivos se todas as empresas praticarem o mesmo salário), mas não se pode supôr o mesmo quanto ao capital, se este fôr específico a cada empresa.

em que a restrição (4.2) é condição necessária e suficiente para a agregação do capital: a taxa marginal de substituição de um tipo de capital por outro deve ser independente da quantidade de trabalho utilizado.

Considerando ainda o caso da agregação do produto e dos factores duma empresa, se o comportamento dos agentes económicos fôr optimizador num contexto de concorrência perfeita, o rácio de preços será igual à taxa marginal de substituição, pelo que se pode aplicar a restrição de Hicks-Leontief (Leontief-1936, Hicks-1939), a qual permite a agregação dos bens na hipótese de que os níveis de preços dos diferentes bens diferem de uma constante, isto é variem proporcionalmente. Esta restrição não requer hipóteses especiais, como a separabilidade das funções de produção, mas só é aplicável em condições relativamente restritivas. Em condições mais gerais, e em especial quando está envolvida a agregação em relação aos agentes económicos, são essenciais restrições sobre as funções de produção.

4.1 - Condições necessárias e suficientes para a agregação do capital

A existência de uma função de produção agregada a nível duma empresa exige que se verifique o teorema de Leontief. Neste sub-capítulo vão ser analisadas as condições necessárias e suficientes para a existência de uma função de produção agregada a nível da indústria, sectores ou economia, tomando como homogéneos e agregáveis o produto e o factor trabalho⁽⁵⁴⁾.

Uma análise fundamental foi realizada por Fisher [FISHER, 1965, 1968 a e b, 1969] que examinou a " questão da existência de funções de produção agregadas, no contexto dum modelo no qual a tecnologia das empresas está incorporada no seu stock de capital, de modo que o capital (de diferentes tipos) não é fisicamente homogéneo, mas específico às empresas, enquanto o trabalho e o produto (também de diferentes tipos) é distribuído pelas empresas de forma que o sistema no seu todo produza eficientemente. Neste modelo, a fronteira de produção eficiente é vista como dependendo do montante de cada tipo de capital que cada empresa possui e dos montantes totais de cada tipo de trabalho e produto para o sistema na sua globalidade. Assim, a questão da agregação é a possibilidade de simplificar, agregando o capital (para empresas e tipos de capital) ou agregando em relação aos

(54) Blackorby e Schworm [BLACKORBY E SCHWORM, 1988] fazem um breve resumo de todos os casos que vão ser apresentados, mas numa óptica diferente da que vai ser utilizada neste trabalho (que é a de considerar afectações eficientes). Além disso, fazem uma contribuição teórica para a análise da existência de funções de produção agregadas, utilizando a distinção entre bens afectados eficientemente e bens afectados arbitrariamente entre as empresas, de modo a determinar as condições necessárias e suficientes para a agregação do produto e dos factores.

tipos de trabalho ou aos tipos de produto." [FISHER, 1982, pg.615]

No caso da agregação do capital, formalizando, de acordo com Fisher [1965, 1968 a) e b), 1969], a questão pode ser apresentada nos seguintes termos:

Existem n empresas. A nível da empresa ν , com $\nu = 1, 2, \dots, n$, existem agregados para o produto, trabalho e capital. Fisher exclui as hipóteses de que as funções de produção são aditivamente separáveis para o trabalho e capital⁽⁵⁵⁾, e de que os factores móveis⁽⁵⁶⁾ a agregar são substitutos perfeitos.

A função de produção da empresa ν é dada por:

$$(4.3) \quad Y(\nu) = f^{\nu}[K(\nu), L(\nu)],$$

para a qual se verificam as condições habituais: a função é contínua e duplamente diferenciável, a produtividade marginal do trabalho é positiva, $f_L^{\nu} \equiv \frac{\delta f}{\delta L} > 0$, e a produtividade marginal é decrescente no trabalho,

$$f_{LL}^{\nu} \equiv \frac{\delta^2 f}{\delta L^2} < 0.$$

Em 1965 Fisher [FISHER, 1965] apresentou as condições diferenciais

(55) Isto é, exclui a condição de Nataf (1948), que diz que uma função de produção agregada existe se e só se as funções de produção de cada empresa são aditivamente separáveis no capital e no trabalho, isto é, se e só se cada f^{ν} pode ser escrita na forma:

$$(i) \quad f^{\nu}[K(\nu), L(\nu)] = \phi^{\nu}[K(\nu)] + \psi^{\nu}[L(\nu)] \quad \nu = 1, \dots, n$$

(56) Para Fisher a distinção entre factores fixos e factores móveis é mais relevante e abrangente do que a distinção tradicional entre capital e trabalho. [FISHER, 1969, pg.568]

necessárias e suficientes sobre as funções de produção das empresas para se agregar consistentemente o capital⁽⁵⁷⁾.

O capital é específico a cada empresa e incorpora a tecnologia. O trabalho (L) e o produto (Y) são fisicamente homogêneos, móveis:

$$(4.4) \quad Y = \sum_{v=1}^n Y(v), \quad (4.5) \quad L = \sum_{v=1}^n L(v)$$

A questão teórica é, então, determinar a função de produção agregada, isto é, que condições estão subjacentes à agregação do capital:

$$(4.6) \quad Y \equiv \sum_v Y(v) = F(J, L) = Y^*, \quad \text{com } J = [K(1), \dots, K(n)],$$

em que Y^* é a solução do problema:

$$(4.7) \quad \begin{aligned} &\text{Max}_{L(v)} \quad Y \\ &\text{s.a.} \quad L = \sum_{v=1}^n L(v). \end{aligned}$$

Pelo teorema de Leontief, um agregado de capital existe se e só se a taxa marginal de substituição entre qualquer par de $K(v)$ na produção de Y^* for independente de L , isto é, a questão é determinar o que isto tem subjacente em relação às funções de produção das empresas, f^v . Assumindo rendimentos estritamente decrescentes do trabalho, ou seja $f_{LL}^v < 0$ ($v = 1, \dots, n$), Fisher [1965, pg.265/267] demonstrou que uma condição necessária e

(57) Quer se trate da agregação de diferentes gerações do mesmo tipo de capital (capital homogêneo), ou da agregação de diferentes tipos de capital entre empresas. Os resultados apresentados podem ter assim duas leituras: f^v para 'geração de capital v ' ou para 'empresa v '.

suficiente para a agregação do capital (para que exista J) é a de que a função de produção de cada empresa satisfaça uma equação diferencial na forma:

$$(4.8) \quad \frac{f_{KL}^v}{f_K^v f_{LL}^v} \equiv g(f_L^v), \text{ com } g \text{ igual para todas as empresas,}$$

$$\text{em que } f_L^v \equiv \frac{\delta f^v}{\delta L}, \quad f_K^v \equiv \frac{\delta f^v}{\delta K}, \quad f_{LL}^v \equiv \frac{\delta^2 f^v}{\delta L^2} \text{ e } f_{KL}^v \equiv \frac{\delta^2 f^v}{\delta K \delta L}.$$

De modo a simplificar a exposição dos resultados mais importantes, vai-se analisar o caso em que existem dois factores de produção, capital e trabalho. A generalização para múltiplos factores é feita por Fisher em [FISHER, 1965, pg.277/281]

Assim, se cada uma das funções de produção tiver rendimentos constantes à escala, uma condição necessária e suficiente para a existência de um agregado no stock de capital é a de que quando o trabalho fôr optimamente afectado o produto médio por unidade de trabalho (f^v/L) é o mesmo para todas as empresas [FISHER, 1965, pg.267, TEOREMA 3.1].

Além disso, no caso de dois factores e rendimentos constantes à escala, um stock de capital agregado J existe se e só se todas as alterações na tecnologia forem "capital augmenting"⁽⁵⁸⁾ [FISHER, 1965, pg.268, TEOREMA 3.2].

(58) Uma alteração tecnológica é "capital augmenting" se e só se existe uma função F , independente de v e um conjunto de constantes positivas, $b(1), \dots, b(n)$, tal que para todos os $v = 1, \dots, n$, e todos os valores positivos de $K(v)$ e $L(v)$:

(i) $f^v[K(v), L(v)] = F[b(v)K(v), L(v)]$ [FISHER, 1965, pg.268, DEF.3.1]

Se as tecnologias de todas as funções de produção forem CGCR, uma condição necessária e suficiente para a existência dum agregado do stock de capital é a de que quando o trabalho fôr afectado de forma a ter a mesma produtividade marginal em qualquer utilização, então o produto médio por unidade de trabalho também será o mesmo em todas as utilizações. Isto é, f^v/L é independente de v quando $f_L^v = \frac{\delta f^v}{\delta L}$ o fôr [FISHER, 1965, pg.271, TEOREMA 4.1].

Se a tecnologia de todas as empresas fôr CGCR, então uma condição necessária e suficiente para a existência dum agregado de capital é a de que todas as alterações tecnológicas sejam "capital altering" [FISHER, 1965, pg.272, TEOREMA 4.2].

Uma condição suficiente para a existência dum agregado de capital, é a de que pelo menos a tecnologia duma função de produção seja CGCR e que todas as alterações tecnológicas sejam "capital altering". [FISHER, 1965, pg.272, COROLÁRIO 4.1]

O conceito de "capital augmenting" pode ser generalizado: uma alteração tecnológica é "capital altering" se e só se existe uma função F , independente de v e um conjunto de funções monótonas, H^1, \dots, H^n , tal que para todos os $v = 1, \dots, n$, e todos os valores positivos de $K(v)$ e $L(v)$:

$$(ii) f^v[K(v), L(v)] = F[H^v(K(v)), L(v)] \text{ [FISHER, 1965, pg.270, DEF.4.1]}$$

Com rendimentos constantes à escala, uma alteração tecnológica pode ser sempre escolhida de modo a ser "capital augmenting". Sem rendimentos constantes à escala o caso de "capital altering" é mais geral mas inclui o caso de "capital augmenting" como caso particular.

Assim, a função de produção $f(K, L)$ é dita de rendimentos generalizados constantes à escala (CGCR) se e só se existe uma função F , homogénea de grau 1 nos seus argumentos, e uma função monótona, H , tal que para todos os valores positivos de K e L :

$$(iii) f(K, L) = F[H(K), L] \text{ [FISHER, 1965, pg.270, DEF.4.2]}$$

Resumindo as conclusões a que Fisher chegou sobre as condições necessárias e suficientes para a agregação do capital, considerando rendimentos constantes à escala⁽⁵⁹⁾, deve existir um agregado de capital a nível de cada empresa, e as funções de produção das empresas podem diferir no máximo por mudanças tecnológicas "capital augmenting".

Paralelamente à análise de Fisher outros autores realizaram trabalhos teóricos nesta área.

Whitaker [WHITAKER, 1968], utilizando as mesmas hipóteses de base do modelo de Fisher (capital específico a cada empresa e que incorpora a tecnologia, trabalho e produto homogéneos - agregáveis), estudou o problema da agregação do capital, substituindo as condições de optimalidade por funções de afectação dos recursos, em mercados não competitivos. Assim, em determinadas circunstâncias, a agregação do capital implica optimalidade na afectação do trabalho. Essas circunstâncias são bastante restritivas e têm de ser colocadas a nível da tecnologia, do processo de afectação do trabalho e da medida do capital.

Formalizando, de acordo com Whitaker [1968]⁽⁶⁰⁾:

Existem T empresas, todas produzindo o mesmo tipo de produto, aplicando

(59) *Se não se considerarem rendimentos constantes as condições ainda são mais restritivas.* [FISHER, 1969, pg.560]

(60) *A notação que vai ser utilizada não é a do autor, de modo a que exista alguma continuidade na notação apresentada ao longo deste capítulo.*

trabalho similar ao factor capital, que é específico para as diferentes empresas. É assumido que $T \geq 3$ (porque alguns resultados dependem desta condição).

Os agregados do trabalho e do produto são somas dos valores de trabalho e produtos das empresas:

$$(4.9) \quad Y = \sum_{t=1}^T Y_t \quad \text{e} \quad L = \sum_{t=1}^T L_t$$

O agregado de capital é dado pela função:

$$(4.10) \quad \phi = \phi(K_1, \dots, K_T) = \sum_{t=1}^T \phi_t(K_t),$$

pois Whitaker considera que a forma aditiva é a única que tem interesse no estudo de problemas económicos.

A função de produção de cada empresa é dada por:

$$(4.11) \quad Y_t = f_t(L_t, K_t), \quad \text{para } t = 1, \dots, T$$

em que Y_t é o produto, L_t é o factor trabalho e K_t é o factor capital, da empresa t . As funções f_t têm produtividades marginais positivas e decrescentes.

Os factores trabalho das diferentes empresas são determinados pela função afectação:

$$(4.12) \quad L_t = A_t(L, K), \quad \text{para } t = 1, \dots, T$$

que indica quanto trabalho deve ser afectado à empresa t (pelo mercado ou por outras forças) dado o montante total de trabalho, L , e a distribuição do factor capital. As restrições impostas a esta função são:

$$(4.13) \quad \frac{\delta A_t}{\delta L} \geq 0 \quad \text{e} \quad (4.14) \quad \sum A_t(L, K) = L.$$

Assim, a função produção agregada é dada por:

$$\begin{aligned}
 (4.15) \quad Y = G(L,K) &\equiv \sum f_t(A_t(L,K), K) \leq \\
 &\leq \text{Max} \sum f_t(L_t, K_t) \\
 &\text{s.a. } \sum L_t = L
 \end{aligned}$$

A condição (4.15) será uma igualdade se fôr assumida a optimalidade na afectação do trabalho.

Em que condições é que $G(L,K)$ pode ser escrita como $F(L, \phi(K))$ ⁽⁶¹⁾?

Whitaker refere que este problema foi resolvido por Gorman em 1968⁽⁶²⁾, para o caso em que existe optimalidade, isto é, em que (4.15) é uma igualdade, mas neste texto Whitaker explora o caso em que não existe optimalidade na afectação do trabalho.

Alguns dos seus resultados mais relevantes podem ser sintetizados nos três teoremas seguintes [WHITAKER, 1968]:

- A agregação (do capital) é possível se a função de produção de cada empresa puder ser expressa na forma:

(61) A função $G(\cdot)$ tem $T+1$ variáveis, $F(\cdot)$ a função de produção agregada tem 2 variáveis. É necessário que a função ϕ , a medida do capital, seja independente de L .

(62) De acordo com Blackorby e Schworm [1984, pg.634] Gorman forneceu uma caracterização dual completa das tecnologias consistente com a agregação do capital, apresentando as condições necessárias e suficientes sobre as funções lucro das empresas para que exista um agregado de capital.

$$(4.16) \quad y_t = f_t(L_t, K_t) = F[L_t, \phi_t(K_t)]^{(63)}, \quad t=1,2,\dots,T \text{ empresas};$$

com L =trabalho, K =capital, ϕ =função de agregação, em que a função F tem rendimentos constantes ou decrescentes à escala no trabalho e na função de agregação. Estas condições são suficientes à agregação (do capital), dadas funções de afectação apropriadas , se o trabalho fôr indispensável⁽⁶⁴⁾ ao processo produtivo. [TEOREMA 1, pg.435]

- Se todas as funções de produção das empresas, $f_t(L_t, K_t)$, tiverem rendimentos constantes à escala no trabalho e no capital, e se a medida do capital tiver a forma aditiva, a agregação (do capital) só é possível se o trabalho fôr sempre optimamente afectado. [TEOREMA 2, pg.435]

Além disso:

- A agregação (do capital) requer que a função afectação de trabalho seja sempre óptima, se no processo de afectação o trabalho nunca fôr afectado sem capital, e o capital fôr indispensável⁽⁶⁵⁾ ao processo de produção, ou se todas as empresas operarem com rendimentos constantes à escala. [TEOREMA 4, pg.437]

Também Blackorby e Schworm [BLACKORBY E SCHWORM, 1984], com um modelo em que o capital é específico a cada empresa (f) e incorpora a tecnologia (T),

(63) *Funções semelhantes às que Fisher definiu como funções CGCR.*

(64) *Isto é, se $F(0, \phi_t) = 0$, para todos os ϕ_t .*

(65) *Isto é, se $f_t(L_t, 0) = 0$, para todos os L_t .*

analisaram as condições impostas às tecnologias, funções lucro e funções de produção para que exista um agregado de capital. Seguiram a abordagem adoptada por Gorman em 1968, analisando a caracterização primal das tecnologias que são consistentes com a agregação do capital e apresentando os conjuntos de tecnologia e funções produção que são duais com as funções lucro que se apresentam mais à frente.

Formalizando, de acordo com Blackorby e Schworm [1984]:

O agregado de capital contém duas categorias de capital, estruturas (S) e equipamento (E)⁽⁶⁶⁾. Existem M tipos de equipamento e N tipos de estruturas. Na economia existem F empresas em que cada uma detem um vector de equipamento, E^f , e um vector de estruturas, S^f . Cada empresa tem um conjunto de tecnologia⁽⁶⁷⁾, $T^f(E^f, S^f)$, que é o conjunto de vectores possíveis dos produtos líquidos, X^f (em que valores negativos de X^f representam os factores de produção), dado o vector de stock de capital de cada empresa, (E^f, S^f) . Assume-se para todas as empresas que as condições de regularidade dos conjuntos de tecnologia se verificam⁽⁶⁸⁾.

O conjunto de tecnologias da economia é a soma dos conjuntos de tecnologias

(66) Para os autores não há perda de generalidade dos resultados por se utilizarem duas categorias de capital e não múltiplas categorias, sendo os resultados, para o caso de múltiplos tipos de capital, apresentados nas pg.644/646.

(67) Tradução feita por nós do conceito anglo-saxónico "technology set".

(68) Para uma descrição destas condições ver BLACKORBY E SCHWORM [1984, pg.635].

das empresas:

$$(4.17) \quad T(E,S) = \sum_f T^f(E^f, S^f),$$

onde $E = (E^1, \dots, E^F)$ e $S = (S^1, \dots, S^F)$. O conjunto de vectores possíveis dos produtos líquidos para a economia depende dos vectores de equipamento e estruturas para cada empresa.

Pretende-se determinar as condições para as quais o vector de capital (E,S) pode ser representado por um pequeno numero de agregados de capital, que determinem correctamente a tecnologia da economia. Formalmente o problema de agregação é o de que existam funções reais contínuas ϕ e φ , com imagens em \mathbb{R} , $e = \phi(E)$ e $s = \varphi(S)$, respectivamente, e um conjunto de tecnologia agregado $\psi(e,s) \subset \mathbb{R}^q$, tal que:

$$(4.18) \quad T(E,S) = \Psi(\phi(E), \varphi(S)),$$

qualquer que seja $(E,S) \geq 0$, onde $T(\cdot)$ é definido por (4.17).

Alternativamente pode-se definir o problema de agregação em termos de funções de produção e de funções lucro.

No caso das funções de produção, representando X^f como $(Y^f; -Z^f)$ onde Y^f é um escalar e Z^f é um vector de factores líquidos (em que as componentes negativas representam os produtos), define-se a função de produção de cada empresa, G^f , como:

$$(4.19) \quad Y^f \leq G^f(Z^f, E^f, S^f) \iff (Y^f; -Z^f) \in T^f(E^f, S^f), \text{ para } f = 1, \dots, F$$

A função de produção da economia pode ser representada como:

$$(4.20) \quad G(Z,E,S) = \begin{aligned} & \text{Max}_{Z^1, \dots, Z^F} \sum_f G^f(Z^f, E^f, S^f) \\ & \text{s.a. } \sum_f Z^f \leq Z, \quad \text{para todos os } (Z,E,S). \end{aligned}$$

Neste contexto, o problema de agregação é o de que existam funções reais contínuas F , ϕ e φ tais que:

$$(4.21) \quad G(Z,E,S) = F(Z, \phi(E), \varphi(S))$$

para todos os (Z,E,S) , onde $G(\cdot)$ é definido por (4.20).

No caso das funções lucro, sendo P o vector de preços para os produtos líquidos X^f , a função lucro para cada empresa é definida como:

$$(4.22) \quad A^f(P, E^f, S^f) = \begin{aligned} & \text{Max}_{X^f} P X^f \\ & \text{s.a. } X^f \in T^f(E^f, S^f) \end{aligned}$$

para todos os $(P, E^f, S^f) \geq 0$.

A função lucro da economia é definida como:

$$(4.23) \quad A(P,E,S) = \begin{aligned} & \text{Max}_X P X \\ & \text{s.a. } X \in T(E,S) \end{aligned}$$

Para $(P,E,S) \geq 0$, ou como:

$$(4.24) \quad A(P,E,S) = \sum_f A^f(P, E^f, S^f)$$

(a função lucro da economia é a soma das funções lucro das empresas).

Deste modo, o problema de agregação é o de que existam funções reais, contínuas H , ϕ e φ tais que:

$$(4.25) \quad A(P,E,S) = H(P,\phi(E),\varphi(S)),$$

para todos os $(P,E,S) \geq 0$, onde $A(\cdot)$ é definido por (4.23) ou (4.24).

De forma a não tornar a exposição dos resultados demasiado pesada, optou-se por apresentar somente as restrições às funções lucro necessárias e suficientes para a agregação do capital, mas Blackorby e Schworm também analisam as restrições impostas aos conjuntos de tecnologia e funções de produção que são consistentes com a agregação do capital [ver BLACKORBY E SCHWORM, 1984, pg.637/640, TEOREMAS 2 a 4].

Pelo TEOREMA 1 [pg.636/637], (4.24) verifica-se se e só se existe uma função de agregação ϕ^f e φ^f e funções H_e , H_s e H_0 tais que:

$$(4.26) \quad A^f(P,E^f,S^f) = H_e(P)\phi^f(E^f) + H_s(P)\varphi^f(S^f) + H_0^f(P),$$

Para todos os $(P,E,S) \geq 0$ para $f = 1, \dots, F$, onde $H_e(P)$ designa o lucro marginal do agregado de equipamento, $H_s(P)$ designa o lucro marginal do agregado de estruturas, e $H_0^f(P)$ designa o lucro marginal independente dos agregados de equipamento e estruturas, e específico a cada empresa.

Se e só se (4.26) é satisfeita então:

$$(4.27) \quad A(P,E,S) = H_e(P)\phi(E) + H_s(P)\varphi(S) + H_0$$

$$\text{onde } \phi(E) = \sum_f \phi^f(E^f), \quad \varphi(S) = \sum_f \varphi^f(S^f) \quad \text{e} \quad H_0 = \sum_f H_0^f$$

Blackorby e Schworm interpretam o teorema do seguinte modo: se existe um agregado da tecnologia com um agregado de equipamento e um agregado de estruturas, então a função lucro de cada empresa tem de ter 3 propriedades especiais: 1) cada empresa tem de ter um agregado de estruturas e um agregado de equipamento, podendo no entanto, as funções de agregação ϕ^f e φ^f ser diferentes para cada empresa. 2) As funções lucro de cada empresa devem ser afins no agregado de equipamento e no agregado de estruturas. 3) O lucro marginal do agregado de equipamento e o lucro marginal do agregado de estruturas, deve ser o mesmo para todas as empresas para todos os preços $P \geq 0$.

No caso de rendimentos constantes à escala, isto é, quando as funções de produção, G^f para $f = 1, \dots, F$, são linearmente homogêneas, a caracterização dual das tecnologias consistentes com a agregação do equipamento e das estruturas, é dada por [BLACKORBY E SCHWORM, 1984, pg.640/641]:

$$(4.28) \quad A^f(P, E^f, S^f) = H_e(P) \phi^f(E^f) + H_s(P) \varphi^f(S^f),$$

onde $\phi^f(\cdot)$ e $\varphi^f(\cdot)$, para $f = 1, \dots, F$, são linearmente homogêneas.

Deste modo verifica-se que a hipótese de rendimentos constantes à escala tem dois efeitos importantes nas tecnologias consistentes com a agregação. Por um lado, as funções de agregação, $\phi^f(\cdot)$ e $\varphi^f(\cdot)$, para $f = 1, \dots, F$, têm de ser linearmente homogêneas; por outro lado, as tecnologias das empresas têm de ser idênticas, excepto para as funções de agregação. Sem a hipótese dos rendimentos constantes (como foi analisado até aqui pelos autores),

existem para as empresas componentes específicas às tecnologias consistentes com a agregação descritas, no caso das funções lucro, por $H_0^f(\cdot)$, para $f = 1, \dots, F$. Estas são eliminadas pela hipótese de rendimentos constantes à escala⁽⁶⁹⁾.

(69) Fazendo um paralelo com a análise de Fisher:

- No caso das funções de produção serem CGCR, a condição de $\phi^f(\cdot)$ e $\varphi^f(\cdot)$, para $f = 1, \dots, F$, serem linearmente homogêneas é eliminada.
- No caso de existir um só agregado de capital, com rendimentos generalizados constantes à escala os resultados são ainda mais restritivos, pois a condição necessária e suficiente para a agregação é a de que cada empresa tenha um agregado de capital, e o produto de cada empresa seja uma função idêntica nos factores líquidos e no agregado de capital. Para uma descrição mais detalhada ver BLACKORBY E SCHWORM [1984, pg.641/642]

4.2 - Condições necessárias e suficientes para a agregação do trabalho e do produto

Apesar da maior parte das análises da agregação das empresas se debruçar sobre a agregação de diferentes tipos de capital, a agregação do trabalho e do produto também levanta problemas, pois também estes, como já foi visto nos capítulos anteriores, são agregados de elementos heterogêneos, com diferentes características.

Seguindo a formalização de Fisher [1968 a]⁽⁷⁰⁾, para agregar em relação ao trabalho tem de se levantar a hipótese da homogeneidade de um só tipo de trabalho ($L = \sum_{v=1}^n L(v)$) e reinterpretar os $L(v)$ como um vector com s componentes: $L(v) = [L_1(v), \dots, L_s(v)]$, em que o elemento $L_j(v)$ representa o montante do j^{esimo} tipo de trabalho empregue pela empresa v ($v = 1, \dots, n$), $L_j(v) > 0$, e L_j representa o montante total do j^{esimo} tipo de trabalho ($j = 1, \dots, s$).

Para agregar em relação ao produto, quando se tem um só tipo de trabalho, pode-se seguir um procedimento semelhante. Tem de se levantar a hipótese de homogeneidade do produto ($Y = \sum_{v=1}^n Y(v)$), e tratar a questão como se $L(v)$ fosse o vector dos produtos e f^v como uma função de necessidades de trabalho

(70) Mesmo que para cada empresa exista um agregado de trabalho, pode não ser possível determinar um agregado para a economia. Assim, Fisher coloca a hipótese de um agregado de trabalho poder ser formado quando cada empresa é considerada isoladamente. No entanto, esta hipótese não é condição suficiente para agregação quando existe mais do que uma empresa.

em vez de ser a função de produção de cada empresa. [FISHER, 1969, pg.564]

Assim, pode-se usar o mesmo modelo para a agregação do trabalho e do produto.

Agora a questão é determinar (no caso da agregação do trabalho) que condições estão subjacentes à agregação do trabalho, isto é, a função de produção agregada:

$$(4.29) \quad Y \equiv \sum Y(v) = F(K(1), \dots, K(n), P) = Y^*, \quad \text{com } P = [L_1, \dots, L_s],$$

em que Y^* é solução do problema (4.7). [FISHER, 1968 a) e 1969]

É assumido que cada empresa emprega sempre alguma quantidade de cada tipo de trabalho. Com esta hipótese, a condição de eficiência requer que a produtividade marginal de um tipo de trabalho seja a mesma para qualquer uso, de modo que:

$$(4.30) \quad f_{L_j}^v = \mu_j \quad (v = 1, \dots, n; j = 1, \dots, s),$$

onde $f_{L_j}^v \equiv \frac{\partial f^v}{\partial L_j(v)}$ e μ_j é um multiplicador de Lagrange e é independente de v .

Assume-se que para cada empresa existe um agregado de trabalho (ou de produto), pelo que a função de produção de cada empresa será dada por:

$$(4.31) \quad Y(v) = f^v[K(v), L(v)] = F^v[K(v), \phi^v(L(v))] \quad v = 1, \dots, n$$

Pelo teorema de Leontief, as condições necessárias e suficientes para a agregação do trabalho são as de a taxa marginal de substituição entre qualquer par de tipos de trabalho seja independente do montante de capital.

Para uma só empresa isto significa que um aumento em $K(v)$ deve alterar os produtos marginais de L na mesma proporção, ou seja, para cada $v = 1, \dots, n$,

existe um escalar geralmente não constante, d_ν , tal que:

$$(4.32) \quad f_{kL_1}^\nu = d_\nu f_{L_1}^\nu \quad \text{para } i = 1, \dots, s,$$

em qualquer ponto do espaço de factores de ν , em que $f_{L_1}^\nu \equiv \frac{\delta f^\nu}{\delta L_1(\nu)}$

$$\text{e } f_{kL_1}^\nu \equiv \frac{\delta^2 f^\nu}{\delta K(\nu) \delta L_1(\nu)}.$$

As condições para a agregação no trabalho e no produto são mais fracas do que as de agregação no capital, no sentido de que a existência dum agregado do stock de capital para o total das empresas implica a existência dum agregado para o trabalho ou para o produto. [FISHER, 1968 a), teorema 4.1, pg.396]

No caso de rendimentos constantes à escala, F^ν e ϕ^ν (da equação 4.31) são homogêneas de grau 1 nos seus argumentos. Assim, o TEOREMA 5.1 [FISHER, 1968 a), pg.397] diz: " No caso de rendimentos constantes à escala cada uma das 3 condições seguintes é necessária e suficiente para a existência de um agregado do trabalho:

a) Sempre que os rácios $\frac{L_1}{L_i}$ ($i = 2, \dots, s$) sejam os mesmos para 2 empresas,

as taxas marginais de substituição entre pares de trabalho também são as mesmas (e vice-versa, se o trabalho fôr optimamente afectado);

b) As funções de agregação ϕ^ν (da equação 4.31) são escolhidas como sendo as mesmas para todas as empresas;

c) Para todos os $\nu = 2, \dots, n$, existe uma função $\Psi^\nu(f^1, K)$, homogênea de grau 1 em f^1 e um vector de funções $H^\nu(K) = [H_1^\nu(K), \dots, H_m^\nu(K)]$, homogêneo de grau 1, tal que f^ν possa ser escrita na forma:

$$(4.33) \quad f^\nu(k, L) = \Psi^\nu\{ f^1[H^\nu(K), L], K \}."$$

A interpretação deste teorema pode ser feita quer para o factor trabalho quer para o produto. " A componente a) do teorema significa, com rendimentos constantes à escala, que existe um agregado do trabalho se e só se um dado conjunto de salários relativos induz todas as empresas a empregar diferentes tipos de trabalho na mesma proporção. Para o produto, existe um agregado se e só se um dado conjunto de preços relativos do produto induz as empresas a produzir todos os produtos na mesma proporção. Isto quer dizer que a agregação do produto não é possível em relação a empresas especialistas em determinados tipos de bens e a agregação do trabalho não é possível em relação a empresas que ofereçam emprego especializado. Se as funções de produção diferem o suficiente para envolver esta especialização, então também diferem o suficiente para não permitirem a agregação. Diferentes tipos de trabalho podem ser mais produtivos numa empresa do que noutra mas, dadas as proporções nas quais o trabalho é contratado, têm de ser todos mais produtivos na mesma proporção. Uma afirmação semelhante é verdadeira para os produtos.

A componente b) do teorema afirma essencialmente a mesma condição mas de um modo diferente. Pela hipótese de que um agregado de trabalho (produto) pode ser formado em cada empresa isoladamente, um agregado de trabalho (produto) existe para o sistema como um todo se e só se os agregados a nível da empresa são formados do mesmo modo por todas as empresas.

Pela componente c) do teorema um agregado de trabalho pode ser formado se as funções de produção das empresas diferirem no máximo de dois modos. Por um lado, o único tipo de diferenças que permite a agregação do capital e também

a agregação do trabalho, pelo teorema 4.1 (pg.396), são as diferenças tecnológicas "capital altering". Por outro lado, a agregação do trabalho (ou do produto) é permitida nalguns casos em que a agregação do capital não é. Estes casos (envolvendo ϕ^v) podem ser olhados como a produção com a tecnologia da primeira empresa e depois a recombinação desse produto com capital para produzir mais produto. Isto conduz a uma classe de casos muito mais vasta que as que permitem a agregação do capital. Em particular diferenças neutras à Hicks são permitidas como diferenças "labour augmenting" desde que cada tipo de trabalho seja aumentado na mesma proporção⁽⁷¹⁾." [FISHER, 1968 a), pg.398/399]

Deste modo, e resumindo, as conclusões a que Fisher [1968 a)] chegou sobre as condições necessárias e suficientes para a agregação são muito fortes e pouco prováveis de serem preenchidas na prática. Considerando rendimentos constantes à escala:

- 1 - Um agregado do tipo desejado (trabalho ou produto) deve existir a nível de cada empresa.
- 2 - Se o trabalho ou o produto vão ser agregados, os correspondentes agregados a nível da empresa devem ser os mesmos, mas as funções de produção

(71) Fisher dá como exemplo o caso em que existe um só tipo de capital (K) e dois tipos de trabalho empregues por cada empresa (L_1 e L_2), em que a função produção da primeira empresa é dada por:

$$(i) \quad f^1(K, L_1, L_2) = A L_1^\alpha L_2^\beta K^{(1-\alpha-\beta)}.$$

A agregação do capital entre empresas será possível se e só se todas as outras empresas tiverem funções de produção que difiram apenas em A. Pela componente c) do teorema, no entanto, a agregação do trabalho permanece possível mesmo que as outras empresas difiram da primeira não só em termos de A mas também de α e β , desde que o rácio entre α e β se mantenha constante. Por c), a agregação do trabalho continua possível mesmo que algumas empresas não tenham uma função de produção do tipo Cobb-Douglas.

da empresa não sofrem outras restrições. Para a agregação do produto isto significa que cada empresa deve produzir o mesmo cabaz de produtos transaccionáveis no mercado que qualquer das outras empresas, só diferindo na escala, com a composição do cabaz comum dependendo dos preços [FISHER, 1982, pg.615]. " Para a agregação do factor trabalho, o principal resultado é o de que o mesmo conjunto de salários relativos deva implicar que as proporções empregues de cada um dos diferentes tipos de trabalho sejam as mesmas para todas as empresas." [FISHER, 1968 b), pg.417]

No caso de rendimentos não constantes: se todas as funções de produção das empresas são homotéticas no trabalho⁽⁷²⁾, uma condição necessária e suficiente para a existência de um agregado do trabalho é a de que pertençam todas à mesma família⁽⁷³⁾. [FISHER, 1968 a), pg.401, TEOREMA 7.1]

(72) " Uma função de produção que satisfaça:

$$f^v[K(v), L(v)] = F^v[K(v), \phi^v(L(v))] \quad (v = 1, \dots, n),$$

para a qual ϕ^v seja homogénea de grau 1, será designada por homotética no trabalho ". [FISHER, 1968 a), pg.400, DEF.7.1]

(73) " Um conjunto de funções de produção homotéticas no trabalho, para as quais as funções ϕ^v possam ser tomadas como as mesmas, serão designadas por família ". [FISHER, 1968 a), pg.400, DEF.7.2]

4.3 - Algumas extensões ao problema da agregação do capital

Como até aqui foi visto as questões relacionadas com a agregação do produto e dos factores são muito complexas, tendo ficado por analisar muitos outros problemas. Neste sub-capítulo, acrescentam-se especificamente algumas análises à agregação do factor capital.

Mantendo as hipóteses anteriores, ou seja, tecnologia incorporada no capital, específico a cada empresa, e trabalho e produto homogéneos (isto é, podem ser agregados)⁽⁷⁴⁾, Fisher [FISHER, 1983], tentou resolver a questão da existência simultânea de um agregado global e de sub agregados para o capital (por exemplo, instalações e equipamento), ou para o trabalho (por exemplo, trabalho especializado e não especializado). Mais uma vez se verificou que as condições para as quais existem agregados parciais e globais são muito restritivas, o que se pode resumir na exigência de que agregados parciais, enquanto agregados, sejam substitutos perfeitos. Por exemplo, no caso do agregado capital com dois sub-agregados instalações e equipamento, e se considerarmos rendimentos constantes (ou CGCR) as empresas só podem diferir no modo como os agregados, instalações e equipamento, são construídos, não podem diferir no modo como são utilizados. A exigência de agregados parciais serem perfeitamente substitutos não se altera com o facto das empresas serem todas iguais.

⁽⁷⁴⁾ A hipótese de homogeneidade do trabalho e do produto não altera os resultados. [FISHER, 1983, pg.207]

Também Blackorby e Schworm [BLACKORBY E SCHWORM, 1984] analisaram esta questão da possibilidade de existência simultânea de agregados parciais e globais para o capital, chegando a conclusões menos restritivas que Fisher. Blackorby e Schworm demonstraram [1984, pg.642/644] que a existência de um agregado parcial, por exemplo um agregado de equipamento $\phi(E)$, e de um agregado global de capital e de equipamento $\Psi(E,S)$, tem subjacente a existência de um agregado parcial, por exemplo um agregado de estruturas $\varphi(S)$, e que o agregado global é a soma dos sub-agregados, equipamento e estruturas:

$$(4.34) \quad k = \Psi(E,S) = \phi(E) + \varphi(S) = \sum_f \phi^f(E^f) + \sum_f \varphi^f(S^f)$$

Assim, o agregado de equipamento e o agregado de estruturas são substitutos perfeitos na tecnologia de cada empresa e na tecnologia da economia. No entanto, o equipamento e as estruturas desagregados não têm de ser substitutos perfeitos, só as medidas agregadas têm de o ser.

Num texto de 1982, Fisher [FISHER, 1982] levantou a hipótese da tecnologia estar incorporada no capital e de este ser específico a cada empresa de forma a verificar se seria esta hipótese que tornava tão restritivas as condições de agregação do capital. Concluiu que a restritividade dos resultados tem tanto a ver com a agregação sobre empresas individuais como com a hipótese do capital ser fixo, pois nestas circunstâncias e com rendimentos constantes só existe um agregado para todas as empresas se a função de produção ou se a função de agregação (escalar) fôr igual para todas. Com rendimentos não constantes geralmente não existe nenhum agregado, mesmo com funções de produção ou de agregação iguais. [pg.623/624]

Todas as questões e condições que foram colocadas até ao momento são

referenciadas a um quadro de análise estático. Alguns autores estudaram as condições de agregação num enquadramento dinâmico, em que os ajustamentos não são instantâneos, concluindo que as condições de agregação são ainda mais restritivas. Estas condições foram analisadas, por exemplo, por Epstein [EPSTEIN, 1983] e Blackorby e Schworm [BLACKORBY E SCHWORM, 1983] no âmbito de modelos de ajustamento de custos.

No entanto, num quadro conceptual estocástico, em que nas funções de produção os parâmetros tecnológicos e/ou os factores de produção são distribuídos probabilisticamente a nível das empresas, por exemplo Fortin [FORTIN, 1991, pg.64], afirma que o problema da agregação pode ser encarado com mais optimismo, pois por um lado, as condições que geram a agregação exacta são substancialmente alargadas e, por outro lado, quando estas condições não são satisfeitas, os enviesamentos de agregação daí resultantes não são importantes. O problema de agregação torna-se uma questão empírica desde que exista disponibilidade de dados micro-económicos, que permitem analisar os enviesamentos.

Capítulo 5 - DIFERENTES MÉTODOS DE MEDIDA DA EVOLUÇÃO DA PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FACTORES

Tendo sido analisadas no capítulo anterior as questões teóricas a nível da agregação do produto e dos factores, resta analisar como são ultrapassadas na prática as condições subjacentes a essa agregação, que como se viu são muito restritivas.

Nesse âmbito, o objectivo deste capítulo é o de caracterizar a fundamentação teórica subjacente às diferentes abordagens paramétricas utilizadas na medida das alterações da produtividade total dos factores, e apresentar índices que possam ser utilizados empiricamente.

Assim, começar-se-à por fazer uma breve introdução em que se comparam as diferentes abordagens de tratamento da medida de evolução da produtividade total dos factores (5.1), na qual será dado algum destaque à abordagem não paramétrica. Segue-se a descrição sumária da abordagem dos índices Divisia, que foi a abordagem mais utilizada na medida da produtividade (5.2), mas que tem a grande limitação de utilizar o tempo como uma variável contínua. Existem no entanto outros tipos de índices que, por não terem esta limitação e por estarem ligados a determinadas formas funcionais, são considerados mais adequados para o estudo da evolução da produtividade (5.3). Por fim far-se-à uma breve resenha dos pontos fundamentais da utilização da abordagem econométrica na medida das alterações da produtividade (5.4).

5.1 - Introdução às diferentes abordagens da medida

Desde o trabalho pioneiro de Solow [solow, 1957], o crescimento da produtividade ou progresso técnico foi associado com a derivada em relação ao tempo da função de produção ou de uma função associada, tal como a função custo ou a função lucro. Utilizando a abordagem primal (usada por Solow) o progresso técnico é tipicamente medido em termos de variações no produto que não são atribuíveis a variações dos factores. Alternativamente as abordagens duais medem o progresso técnico em termos das contribuições para as variações no custo (lucro) não atribuíveis a variações nos preços dos factores e níveis de produto (preços do produtos).

Assim, e de acordo com Ouellette e Lasserre [OUELLETTE E LASSERRE, 1985], os diferentes métodos de determinação da produtividade total dos factores e da sua variação, dividem-se em dois grupos fundamentais, de acordo com a definição subjacente de progresso técnico. Num primeiro grupo incluem-se os métodos que definem progresso técnico como a taxa de variação dum índice de produtos dividido por um índice de factores, nomeadamente o método Divisia do progresso técnico. Num segundo grupo incluem-se os métodos que definem o progresso técnico como sendo o deslocamento da função de produção (ou alternativamente da função distância ou da função custo). Este grupo pode ser subdividido consoante o método utilizado para medir esse deslocamento. Associando uma forma funcional à função de produção (ou a uma função associada) e estimando econometricamente os parâmetros dessa função, tem-se a abordagem econométrica. Associando uma forma funcional à função de produção e utilizando dados sobre preços e quantidades dos produtos e dos

factores para medir o progresso técnico, tem-se a teoria dos números índices. Finalmente, não utilizando uma forma funcional, isto é, usando dados sobre preços e quantidades dos produtos e dos factores, e definindo a função de produção recorrendo à programação linear, tem-se a abordagem não paramétrica do progresso técnico.

O facto de se adoptar uma das quatro abordagens não tem só a ver com a disponibilidade de dados mas também com os objectivos da análise que se vai realizar.

A abordagem não paramétrica tem sido essencialmente utilizada na medida da eficiência produtiva e de alterações da produtividade quando existem múltiplos produtos e factores, sendo a análise feita através de métodos de programação linear.

De entre esses métodos é de destacar o método de "Data Envelopment Analysis" (DEA)⁽⁷⁵⁾, que em traços gerais, permite determinar alterações na produtividade com base em alterações da fronteira de possibilidades de produção recorrendo à programação linear. Neste contexto a medida da produtividade total dos factores pode ser baseada no cálculo dum índice Malmquist (cujo conceito e fórmula serão analisados no sub-capítulo 5.3), pois este índice não requer a maximização do lucro nem a minimização do custo, só requer dados sobre quantidades. O índice Malmquist é calculado na base de medidas de eficiência derivadas do método DEA, e pode ser decomposto

(75) *Para uma análise mais detalhada deste método e de aplicações empíricas de medida da produtividade ver HJALMARSSON E VEIDERPASS [1992], BJUREK, KJULIN E GUSTAFSSON [1992], e BERG, FØRSUND E JANSEN [1992].*

de modo que a alteração na produtividade total dos factores possa ser separada em dois efeitos: alteração de eficiência e alteração de tecnologia⁽⁷⁶⁾.

A análise não paramétrica da evolução da produtividade pode ainda ser feita com base em testes não estatísticos da produção, num contexto de minimização dos custos⁽⁷⁷⁾ ou de maximização do lucro. Neste caso, a abordagem não paramétrica permite testar hipóteses relacionadas com a tecnologia, a existência e a natureza do progresso técnico (por exemplo, separabilidade dos factores e progresso técnico neutro à Hicks ou "factor saving"), que são menos sensíveis que as especificações paramétricas das funções de produção. Se os testes forem aceites podem-se obter medidas não paramétricas do progresso técnico.

A abordagem Divisia é uma formalização útil, mas não é conveniente para a medida da produtividade, pois os procedimentos com números índices impõem comparações usando dados discretos, e por isso requerem aproximações discretas às derivadas em relação ao tempo. Somente sob fortes hipóteses restritivas é que o índice é invariante ao ponto de aproximação. No entanto esta abordagem foi muito utilizada porque as aproximações discretas dos Índices Divisia são fáceis de calcular e é uma abordagem que pode ser implementada para um grande número de produtos e factores. Esta última característica é partilhada pela abordagem dos números índices superlativos.

(76) Ver também FÄRE, GROSSKOPF e LOVELL [1992, pg.293/296].

(77) Para uma análise teórica mais detalhada dos testes não paramétricos e aplicação empírica da medida da produtividade ver CHAVAS E COX [1990].

A utilização de números índices não substitui o recurso à abordagem econométrica, mas para estudar alterações na produtividade ou fazer comparações espaciais os índices são suficientes. Não servem para caracterizar a tecnologia mas reflectem-na. A estimação econométrica é necessária para obter os parâmetros da estrutura de produção e as propriedades de substituição e escalas. Mas a estimação não é necessária para fazer comparações baseadas em formas gerais de estruturas de produção, pois muitas vezes as formas funcionais subjacentes aos números índices utilizados são tão gerais que seria difícil estimá-las econometricamente.

Além disso, a abordagem econométrica, e também a paramétrica, permitem gerar estimadores para as verdadeiras funções de produção (ou associadas) que lhes estão subjacentes.

No entanto, quando existe um grande número de factores e produtos a abordagem econométrica é difícil de implementar.

5.2 - A abordagem Divisia

No seu artigo de 1957 Solow [solow, 1957] mostrou que sob certas circunstâncias o Índice Divisia é o modo correcto de indexar o progresso técnico. Seguindo Solow, vários autores entre os quais, Denison , Kendrick, Jorgenson e Griliches, e outros utilizaram o índice Divisia no seu trabalho de medida de alterações na produtividade total dos factores (PTF).

Definindo a produtividade total dos factores como

$$PTF = \frac{Y}{X},$$

onde Y é o índice de quantidades dos produtos e X é o índice de quantidades dos factores, o progresso técnico é dado pela taxa de crescimento da PTF:

$$\frac{\dot{PTF}}{PTF} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{X}}{X},$$

em que $\dot{}$ designa as derivadas em relação ao tempo.

O método, apresentado por Solow, para calcular estes índices decorre da teoria da produção, na sua abordagem primal.

Assume-se que existe uma função de produção i) contínua, duplamente diferenciável com um produto e n factores de produção, ii) homogénea de grau um, em que iii) todos os factores são pagos à produtividade marginal. A função de produção é dada por:

$$(5.1) \quad y(t) = F[x(t), t],$$

em que y é o produto e $x(t) \equiv [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$ é o vector de factores de produção no momento t . Seguindo a dedução feita no capítulo 1, obtém-se:

$$(5.2) \quad \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} - \sum_{i=1}^n s_i(t) \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)},$$

em que s_i são os "shares" dos factores, anteriormente definidos, x_i representam de uma forma mais genérica os factores de produção capital e trabalho, e \dot{A}/A é a taxa de crescimento do índice Divisia da produtividade total dos factores.

Pode-se integrar (5.2), no intervalo de tempo $[0, T]$ de modo a obter o índice da produtividade total dos factores:

$$(5.3) \quad \frac{A(T)}{A(0)} = \frac{Y(T) / Y(0)}{\exp \int_0^T \sum_{i=1}^n s_i(t) \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} dt}$$

Normalizando com $A(0) = 1$, pode-se falar de $A(T)$ como o índice de produtividade no momento T ⁽⁷⁸⁾.

O índice Divisia é definido utilizando o tempo como uma variável contínua⁽⁷⁹⁾, o que é apropriado para a análise teórica de vários problemas económicos mas não para a realização de análises empíricas. Os dados de preços e quantidades referem-se a pontos discretos no tempo e por isso não podem ser utilizados para o cálculo dos índices Divisia.

(78) No seu texto de 1967 Jorgenson e Griliches [OUELLETTE E LASSERRE, 1985, pg.512] generalizaram esta fórmula para vários produtos, substituindo $\dot{Y}(t)/Y(t)$ por uma taxa de crescimento dum índice Divisia dos produtos.

(79) Do facto do índice Divisia ser um integral resulta que uma multiplicidade de valores do índice podem ser associados a qualquer ponto no conjunto de variáveis que são indexadas. Para Hulten [1987], no entanto, os índices Divisia têm a propriedade desejável de serem invariantes quando a trajectória de integração assenta no mesmo nível da função que está a ser integrada. Isto é, se um factor de produção é substituído por outro ao longo de uma dada isoquanta, o valor do índice não será alterado. Mas quando se muda de isoquanta não existe garantia de que o valor do índice se mantenha inalterado.

Deste modo, uma das abordagens ao problema da continuidade do índice é a de fazer aproximações discretas a (5.3). Na abordagem de Törnqvist as taxas de crescimento dos factores são aproximadas pelo rácio dos factores nos períodos inicial e final e os "shares" continuos por médias aritmeticas dos "shares" nos dois períodos. Assim, a aproximação de Törnqvist ao índice Divisia⁽⁸⁰⁾ pode tomar a forma:

$$(5.4) \quad A(T) = \frac{Y(T) / Y(0)}{\prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i(T)}{x_i(0)} \right)^{\frac{1}{2} [s_i(0) + s_i(T)]}}, \text{ ou}$$

$$(5.5) \quad \ln A(T) = \frac{\ln [Y(T) / Y(0)]}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} [s_i(0) + s_i(T)] \ln \frac{x_i(T)}{x_i(0)}}$$

Um outro modo de aproximar o índice Divisia continuo é usando índices em cadeia. O índice Divisia é por vezes olhado como uma cadeia cujas ligações são definidas em períodos de tempo infinitesimais. Assim, a aproximação pode ser obtida a partir de um índice cuja base se altere em cada período de tempo considerado. [HULTEN, 1987]

O progresso técnico também pode ser avaliado através de uma função custo. Sob certas condições de regularidade, a existência da função de produção com progresso técnico neutro à Hicks, $y(t) = A(t).F[x(t)]$, e a condição de concorrência perfeita no mercado dos factores, têm subjacente a existência de uma função custo dual:

(80) *Este índice é conhecido como o Índice Divisia discreto ou como o Índice de Quantidade de Törnqvist-Theil. [DIEWERT, 1976, pg.120]*

$$(5.6) \quad C(t) = C[p(t), y(t), t] = \sum_{i=1}^m p_i(t) x_i(t),$$

onde $p(t) \equiv [p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)]$ é o vector dos preços dos factores no momento t e $x_i(t)$ é a quantidade de factor i que minimiza o custo.

Com rendimentos constantes à escala, esta equação pode ser escrita como:

$$(5.7) \quad C(t) = B(t) \cdot c[p(t)] \cdot y(t),$$

onde $B(t) \cdot c[p(t)]$ é a função custo unitária.

Seguindo o desenvolvimento realizado anteriormente, exprime-se progresso técnico como o deslocamento da função custo não atribuível a variações nos preços dos factores. Pode-se demonstrar que:

$$(5.8) \quad \frac{\dot{B}(t)}{B(t)} = \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} - \sum_{i=1}^m \beta_i(t) \frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)},$$

$$\text{onde } \beta_i(t) = \frac{\delta c(t)}{\delta p_i(t)} \frac{p_i(t)}{c(t)}.$$

Pelo Lemma de Shephard temos:

$$(5.9) \quad x_i(t) = y(t) \frac{\delta c(t)}{\delta p_i(t)},$$

donde

$$(5.10) \quad \beta_i(t) = \frac{x_i(t)}{y(t)} \frac{p_i(t)}{c(t)},$$

que representa a parte do factor i nos custos. Se existir concorrência perfeita no mercado do produto, $c(t)=q(t)$, a partir de (5.7), em que q é o preço do produto y , pelo que $\beta_i(t) = s_i(t)$, e

$$(5.11) \quad \frac{\dot{B}(t)}{B(t)} = \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} - \sum_{i=1}^n s_i(t) \frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)}, \text{ ou}$$

$$(5.12) \quad \frac{\dot{B}(t)}{B(t)} = \frac{\dot{q}(t)}{q(t)} - \sum_{i=1}^n s_i(t) \frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)} .$$

Integrando obtém-se:

$$(5.13) \quad \frac{B(T)}{B(0)} = \frac{q(T) / q(0)}{\exp \int_0^T \sum_{i=1}^n s_i(t) \frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)} dt} ,$$

a partir do qual se pode obter uma aproximação discreta de Törnqvist, como no caso primal.

Os índices Divisia da produtividade total dos factores são medidas muito utilizadas. No entanto, estas medidas só são exactas sob as hipóteses de concorrência perfeita no mercado dos factores e dos produtos, rendimentos constantes à escala e equilíbrio instantâneo dos factores. Ouellette e Lasserre [1985] mostram as alterações que têm de ser feitas nas fórmulas de determinação da produtividade total dos factores se se quiser representar o impacto de rendimentos à escala não constantes, da existência de factores quasi-fixos, ou de progresso técnico "factor augmenting".

5.3 - A abordagem dos números índices superlativos

As estimativas para a evolução da produtividade total dos factores e a estimação de funções de produção, exigem a agregação de dados do produto e dos factores. Um dos modos de fazer essa agregação é através de fórmulas de números índices, utilizando somente dados sobre preços e quantidades.

Um desenvolvimento chave na teoria económica dos números índices foi a demonstração de que várias fórmulas de números índices podem ser explicitamente derivadas de determinadas funções agregação. Este desenvolvimento forneceu uma nova base para a selecção de um procedimento de números índices. Em vez de se começar por escolher uma fórmula plausível de um número índice, pode-se especificar uma função agregação com propriedades desejáveis e daí derivar o correspondente procedimento de números índices. [Caves, Christensen, Diewert, 1982 a]

Mas que tipos de índices se devem utilizar de modo a agregar esses dados? De acordo com o que foi analisado no capítulo 4 essas condições são muito restritivas pelo que os índices utilizados terão também de satisfazer algumas condições. É isto que vai ser analisado ao longo deste sub-capítulo.

Assim, começar-se-à por fazer uma apresentação das fórmulas dos índices que irão ser utilizados ao longo de todo o sub-capítulo (5.3.1), continuando-se com a apresentação de outros conceitos básicos, enquadrados na teoria económica, e que servirão de base à demonstração das propriedades desejáveis dos índices (5.3.2). Por fim serão expostos alguns dos resultados mais

relevantes da determinação de índices de produtividade (5.3.3). Muito sinteticamente pode-se dizer (tendo em consideração que a explicação dos conceitos será feita ao longo do texto e não aqui) que os índices de produtividade são geralmente derivados a partir de índices Malmquist. Mas dado que estes índices são construídos a partir de funções distância, que têm subjacentes funções de produção cujos parâmetros não são observáveis, demonstra-se que índices calculados com base em dados de preços e quantidades podem ser derivados dos índices Malmquist. Estão neste caso o índice de quantidades de Törnqvist e o índice de quantidades Ideal de Fisher. Estes índices são consistentes na agregação e exactos para formas muito gerais da função de produção.

5.3.1 - Conceitos estatísticos básicos

Para se fazer a exposição dos resultados mais importantes a nível da teoria dos números índices na medida da produtividade, é necessário fazer uma definição prévia de alguns conceitos.

Sejam, x um vector de quantidades, $x \equiv [x_1, x_2, \dots, x_N]$, p um vector de preços, $p \equiv [p_1, p_2, \dots, p_N]$. Considerem-se 2 períodos de tempo (2 pontos no espaço - empresa, indústria, sector, economia), $t = 1, 2$

Alguns índices de preços para x , p , e $t = 1, 2$ são:

- Índice de preços de Törnqvist⁽⁸¹⁾:

$$(5.14) \quad P_T(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \prod_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{p_i^1} \right)^{s_i},$$

$$\text{com } s_i = \frac{1}{2} \frac{p_i^1 x_i^1}{p^1 x^1} + \frac{1}{2} \frac{p_i^2 x_i^2}{p^2 x^2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{share médio de despesa no bem } i, \\ \text{com } i = 1, \dots, N \end{array} \right)$$

- Índice de preços de Laspeyres:

$$(5.15) \quad P_L(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \frac{p^2 x^1}{p^1 x^1}$$

(81) Desenvolvido nos anos 30 no Banco Central da Finlândia e proposto em 1936 por Törnqvist

- Índice de preços de Paasche:

$$(5.16) \quad P_p(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \frac{p^2 x^2}{p^1 x^2}$$

- Índice de preços Ideal de Fisher⁽⁸²⁾:

$$(5.17) \quad P_F(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv (P_L P_p)^{1/2}$$

- Índice de preços de Vartia:

$$(5.18) \quad \ln P_v(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \sum_{i=1}^N \left(L(p_i^2 x_i^2, p_i^1 x_i^1) / L(p_i^2 x_i^2, p_i^1 x_i^1) \right) \ln \frac{p_i^2}{p_i^1}$$

em que a função média logaritmica, $L(\cdot)$, introduzida por Vartia em 1976 é definida como:

$$(5.19) \quad L(a,b) \equiv (a-b) / (\ln a - \ln b) \text{ para } a \neq b \text{ e } L(a,a)=a.$$

Alguns índices de quantidades são:

- Índice de quantidades de Törnqvist:

$$(5.20) \quad Q_T(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \prod_{i=1}^N \left(\frac{x_i^2}{x_i^1} \right)^{s_i}, \text{ com } s_i \text{ definidos anteriormente.}$$

Um índice de Törnqvist de preços multiplicado por um índice de Törnqvist de quantidades não iguala a variação no valor entre esses dois períodos. Na realidade, o índice de quantidades de Törnqvist que corresponde ao índice de preços de Törnqvist não tem uma forma algébrica explícita, e vice versa

(82) Proposto por I. Fisher em 1922.

(isto é, os índices de Törnqvist não gozam da propriedade da reversibilidade fraca dos factores).

- Índice de quantidades de Laspeyres:

$$(5.21) \quad Q_L(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \frac{x^2 p^1}{x^1 p^1}$$

- Índice de quantidades de Paasche:

$$(5.22) \quad Q_P(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \frac{x^2 p^2}{x^1 p^2}$$

- Índice implícito de quantidades de Fisher:

$$(5.23) \quad Q_F = \frac{p^2 x^2}{p^1 x^1} \times \frac{1}{P_F(p^1, p^2, x^1, x^2)} = \frac{p^2 x^2}{p^1 x^1} \times \frac{1}{\left(\frac{p^2 x^1}{p^1 x^1} \frac{p^2 x^2}{p^1 x^2} \right)^{1/2}} \equiv$$

$$\equiv \left(\frac{p^1 x^2}{p^1 x^1} \frac{p^2 x^2}{p^2 x^1} \right)^{1/2} \equiv (Q_L Q_P)^{1/2}$$

Um índice Ideal de Fisher de preços tem implícito um índice Ideal de Fisher de quantidades, e vice versa. Isto é, o produto de um índice Ideal de Fisher de preços entre dois períodos e o índice Ideal de Fisher de quantidades entre os mesmos dois períodos é igual à variação total do valor (a preços correntes) entre esses períodos (ou seja, os índices de Fisher gozam da propriedade da reversibilidade fraca dos factores).

- Índice de quantidades de Vartia:

$$(5.24) \quad \ln Q_V(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \sum_{i=1}^N \left(L(p_i^2 x_i^2, p_i^1 x_i^1) / L(p_i^2 x_i^2, p_i^1 x_i^1) \right) \ln \frac{x_i^2}{x_i^1} \equiv$$

$$\equiv \ln P_V(x^1, x^2, p^1, p^2)$$

5.3.2 - Conceitos micro-económicos básicos

No contexto da teoria da produção e formalizando, seja,

$F(x) = y$ uma função de produção, em que y é o produto, x é um vector de factores, não negativos ($x \geq 0_N$), $x \equiv [x_1, x_2, \dots, x_N]$, p é o vector de preços dos factores, $p \equiv [p_1, p_2, \dots, p_N]$, e $F(x)$ é:

- 1) positiva, $F(x) > 0$ se $x \gg 0_N$ (cada componente de x é positiva);
- 2) linearmente homogénea, $F(\lambda x) = \lambda F(x)$, para $\lambda > 0$, $x \geq 0_N$;
- 3) concáva, $F(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \geq \lambda F(x^1) + (1-\lambda)F(x^2)$, para $\lambda > 0$, $x^1 \geq 0_N$, $x^2 \geq 0_N$.

Se F satisfaz estas condições, pode-se definir a correspondente função custo, $C(y, p)$, que é igual a y vezes a função custo unitária, $c(p)$:

$$(5.25) \quad C(y, p) \equiv y c(p).$$

A função $c(p)$ satisfaz as mesmas condições de regularidade que F (é positiva, linearmente homogénea e concáva, para $p \geq 0_N$).

O índice de quantidades $Q(p^1, p^2, x^1, x^2)$ é definido como sendo exacto para a função de produção $F(x)$ com custo dual unitário $c(p)$, se para qualquer $p^1 \gg 0_N$, $p^2 \gg 0_N$ e x^t é a solução do problema de maximização:

$$(5.26) \quad \begin{aligned} & \max_x F(x) \\ & \text{s. a. } p^t x \leq p^t x^t \\ & x^t \gg 0_N \end{aligned} = F(x^t) > 0 \text{ para } t = 1, 2,$$

temos:

$$(5.27) \quad Q(p^1, p^2, x^1, x^2) = \frac{F(x^2)}{F(x^1)}$$

Sob as mesmas hipóteses, o índice de preços é exacto, se para F e c temos:

$$(5.28) \quad P(p^1, p^2, x^1, x^2) = \frac{c(p^2)}{c(p^1)}$$

Em (5.27) e (5.28) os vectores de preços e quantidades não são independentes: os vectores p^t podem ser independentes mas os vectores x^t não são independentes de p^t pois são as soluções da maximização da função de produção que envolve p^t .

Demonstra-se que:

Os índices de preços e de quantidades de Fisher são exactos para a função de produção homogénea quadrática [DIEWERT, 1976]:

$$(5.29) \quad f(x_1, x_2, \dots, x_N) \equiv \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} x_i x_j \right)^{1/2} \equiv (x^T A x)^{1/2}$$

onde $A \equiv [a_{ij}]$ é uma matriz simétrica de $N \times N$ constantes.

O índice de preços de Törnqvist é exacto para a função custo translogaritmica unitária [DIEWERT, 1976]:

$$(5.30) \quad \ln c(p) \equiv \alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \ln p_i p_j$$

$$\text{em que } \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^N \gamma_{ij} = 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, N \text{ e } \gamma_{ji} = \gamma_{ij} \quad \forall j, i.$$

O índice de quantidades de Törnqvist é exacto para a função de produção translogaritmica [DIEWERT, 1976]:

$$(5.31) \quad f(x) \equiv \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_{ij} \ln x_i x_j,$$

em que $\sum_{i=1}^N \beta_i = 1$, $\sum_{i=1}^N \mu_{ij} = 0$ para $j = 1, 2, \dots, N$ e $\mu_{ij} = \gamma_{ji} \quad \forall i, j$.

Uma função linearmente homogênea F de N variáveis é flexível se fornece uma aproximação diferencial de segunda ordem⁽⁸³⁾ a uma função arbitrária linearmente homogênea, contínua e duplamente diferenciável.

Por exemplo,

$$\ln c(p) \equiv \alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \ln p_i p_j,$$

$$\ln f(x) \equiv \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_{ij} \ln x_i x_j,$$

ou

$$f_r(x_1, x_2, \dots, x_N) \equiv \left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N a_{ji} x_j^{r/2} x_i^{r/2} \right)^{1/r}$$

são funções flexíveis [DIEWERT, 1976].

Pela propriedade da reversibilidade fraca dos factores, ou seja,

(83) Uma função F de n variáveis é uma aproximação diferencial de 2ª ordem de uma função F^* se têm o mesmo valor, e as primeira e segunda derivadas são iguais, para um ponto y^* . Isto é:

$$F(y^*) = F^*(y^*), \quad \nabla_y F(y^*) = \nabla_y F^*(y^*) \quad \text{e} \quad \nabla_{yy}^2 F(y^*) = \nabla_{yy}^2 F^*(y^*),$$

em que ∇_y é o vector das primeiras derivadas parciais de F , no ponto y^* , e ∇_{yy}^2 é a matriz das derivadas parciais de segunda ordem de F , no ponto y^* .

[DIEWERT, 1978, pg.887]

$$(5.32) \quad P(p^1, p^2, x^1, x^2) Q(p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \frac{p^2 x^2}{p^1 x^1},$$

dado um índice de preços ou um índice de quantidades, o outro índice pode ser definido implicitamente (\tilde{Q} ou \tilde{P}) por esta equação.

P e Q são índices superlativos se :

ou P é exacto para uma função unitária flexível c,

ou Q é exacto para uma função de produção flexível F,

pelo que os índices de preços de Törnqvist e Ideal de Fisher são índices de preços superlativos, e os índices de quantidades de Törnqvist e Ideal de Fisher são índices de quantidades superlativos.

Diewert [DIEWERT, 1978] demonstrou que se P é um índice de preços e \tilde{Q} é o índice correspondente definido implicitamente por (5.32), então \tilde{Q} é também superlativo. De igual modo, se Q é um índice de quantidades superlativo e \tilde{P} é o índice implícito correspondente definido por (5.32), então \tilde{P} também é superlativo.

5.3.3 - Índices de produtividade - alguns resultados relevantes

Depois de expostos os principais conceitos necessários à compreensão da problemática da teoria dos números índices na medida da evolução produtividade⁽⁸⁴⁾, segue-se a exposição de alguns dos resultados mais importantes, que permitem, através da utilização de dados sobre preços e quantidades de produtos e de factores, a determinação de índices a utilizar nessa medida.

A fórmula do número índice a ser utilizada na medida da produtividade pode ser deduzida de diferentes formas. Uma das formas é utilizando um quadro de análise baseado nas funções distância dos produtos e dos factores, que adiante apresentaremos. Com base nestas funções calculam-se índices Malmquist, a partir dos quais se podem deduzir índices que podem ser calculados utilizando somente dados sobre preços e quantidades.

Os índices a utilizar na medida da evolução da produtividade devem ser índices superlativos porque estes são exactos para formas flexíveis da função de produção. De entre esses índices devem-se usar os que são consistentes na agregação⁽⁸⁵⁾.

(84) *Os resultados também se aplicam a comparações no espaço.*

(85) *De acordo com Diewert [DIEWERT, 1978, pg. 883], Vartia definiu uma fórmula de um número índice como sendo consistente na agregação se o valor do índice calculado em duas fases coincide com o valor do índice calculada numa só fase. Por exemplo, um índice Divisia discreto de índices Divisia discretos é o índice Divisia discreto das componentes. Diewert dá um exemplo na pg. 895.*

Recorde-se que um índice de quantidades superlativo é um índice que é consistente com um problema de maximização de uma função flexível, sujeito a uma restrição orçamental, sendo uma função flexível uma forma que fornece uma aproximação de segunda ordem a uma função arbitrária. Diewert [DIEWERT, 1978] demonstrou que o índice Vartia⁽⁸⁶⁾ é uma aproximação diferencial de 2ª ordem a qualquer índice superlativo, e que todos os índices superlativos são aproximações diferenciais de 2ª ordem uns aos outros. Além disso, demonstrou que o índice Vartia é consistente na agregação, pelo que todos os índices superlativos são aproximadamente consistentes na agregação⁽⁸⁷⁾.

Assim, para Diewert a objecção prática de que os números índices superlativos não são consistentes na agregação perde a sua força, pois estes são aproximadamente consistentes na agregação. Acrescenta ainda que se estivermos a trabalhar com séries temporais, o grau de aproximação será mais estreito se se utilizarem índices em cadeia em vez de índices de base fixa (dado que as variações nos preços e nas quantidades entre períodos sucessivos são geralmente mais pequenos do que variações relativas a uma base fixa). No entanto, segundo Allen e Diewert [ALLEN E DIEWERT, 1981], quando se trabalha com dados "cross-section", ou temporais muito desfasados, pode existir uma grande variação de preços e quantidades pelo que as

(86) Diewert [1978] mostrou que apesar dos índices de preços e quantidades de Vartia só serem exactos para a função agregação Cobb-Douglas, sendo por isso bastante limitados nas aplicações empíricas, são bastante úteis teoricamente.

(87) Na sequência do que foi dito na nota (...), mesmo que um dado índice não seja consistente na agregação, pode ser uma aproximação de 2ª ordem de um índice que o seja. Estamos neste caso numa situação em que o índice é aproximadamente consistente na agregação. [DIEWERT, 1978, pg.889 e 894]

fórmulas dos índices superlativos podem gerar agregados muito diferentes. Este resultado também foi demonstrado por Färe, Grosskopf e Lovell [1992], que referem que na prática dois índices superlativos não têm o mesmo valor numérico.

Os índices mais utilizados na medida da produtividade total dos factores são os índices de quantidades de Törnqvist e Ideal de Fisher. Diewert [DIEWERT, 1976] demonstrou que o índice de Törnqvist e o índice Ideal de Fisher são superlativos, logo são aproximadamente consistentes na agregação, e são exactos para formas bastante gerais da função de produção. Como já atrás foi referido, demonstrou que o índice Törnqvist é exacto para uma forma translogaritmica homogénea⁽⁸⁸⁾ e que o índice Ideal de Fisher é exacto para uma forma quadrática.

De forma a que se possam usar estes índices nas análises empíricas Caves, Christensen e Diewert [CAVES, CHRISTENSEN E DIEWERT, 1982 b], propuseram um quadro de análise para medir produtos, factores e produtividade que se mantenha para estruturas de produção muito gerais, mas que possa ser implementado empiricamente usando somente preços e quantidades observados de factores e produtos. Usaram índices Malmquist para a medida dos factores, produtos e produtividade, no contexto de estruturas de produção não restringidas. A análise é baseada na comparação de duas empresas, mas vamos considerá-la generalizável para comparações multi-laterais ou temporais [CAVES, CHRISTENSEN E DIEWERT, 1982 a; e FÄRE, GROSSKOPFT E LOVELL, 1992,

(88) *A forma da função translog não impõe restrições quanto ao grau de economias de escala na estrutura de produção [CAVES, CHRISTENSEN E SWANSON, 1981]*

respectivamente], pelo que se vai usar a notação até aqui utilizada ($t = 1, 2$).

A exposição dos principais resultados exige que se apresente, agora, o conceito de função distância e a sua utilização na medida da produtividade.

Dada uma função agregação F , um agregado $y \equiv F(x)$, para y pertencendo ao interior de F (isto é, $y \in \text{int}Y$, onde $Y \equiv \{ y: \underline{y} \leq y \leq \bar{y} \}$) e $x \gg 0_N$, define-se a função distância (ou função deflação) de F como:

$$(5.33) \quad D(y,x) \equiv \begin{array}{l} \text{Max}_k \quad k \\ \text{s.a. } F(x/k) \geq y \\ k > 0 \end{array} .$$

Assim, no contexto da teoria da produção, $D(y^*, x^*)$ é o valor mais elevado pelo qual tem de se deflacionar (ou inflacionar caso $F(x^*) < y^*$) um dado vector de factores x^* de modo a obter um ponto na superficie da fronteira do conjunto de possibilidades de produção, $L(y^*) \equiv \{ x : F(x) \geq y^* \}$. Se $D(y^*, x^*) > 1$, então $x^* \gg 0_N$ produz um nível mais elevado de produto do que y^* . Demonstra-se que se $F(\cdot)$ satisfaz certas condições de regularidade, então $F(\cdot)$ é completamente caracterizada por $D(\cdot)$ ⁽⁸⁹⁾.

Neste contexto define-se o índice de quantidades de Malmquist⁽⁹⁰⁾ como:

(89) *Demonstrações e outras referências bibliográficas em* DIEWERT [1982, pg.559/562]

(90) *Este índice de quantidades foi originalmente introduzido por Malmquist em 1953, no contexto da teoria do consumidor como o rácio de 2 deflatores ou escalares proporcionais que deflacionam 2 vectores de quantidades de modo a atingir a fronteira de um conjunto de possibilidades de utilidade. Esta abordagem da função distância foi em 1982 aplicada à medida da produtividade*

$$(5.34) \quad Q_M(x^1, x^2, y) \equiv \frac{D(y, x^2)}{D(y, x^1)},$$

em que $D(y, x^2)$ é o máximo k necessário para deflacionar o vector de factores x^2 , de modo a que atinja a fronteira do conjunto de possibilidades de produção $L(y) \equiv \{x : F(x) \geq y\}$, dado o produto y , e $D(y, x^1)$ é o máximo k necessário para deflacionar o vector de factores x^1 , de modo a que atinja a fronteira do conjunto de possibilidades de produção, $L(y) \equiv \{x : F(x) \geq y\}$, dado o produto y .

Generalizando, e sendo x^t o vector de factores e y^t o vector dos produtos, com $t = 1, 2$, representando t o período a que se referem estes vectores.

Os índices Malmquist de quantidades dos factores podem ser expressos, em relação ao período 1 ($t=1$)⁽⁹¹⁾, do seguinte modo:

$$(5.35) \quad Q_{MI}^1(x^2, x^1) \equiv \frac{D_I^1(y^1, x^2)}{D_I^1(y^1, x^1)} = D_I^1(y^1, x^2)^{(92)} =$$

$$= \text{Max}_{\delta} \{ \delta : F^1(\tilde{y}^1, x^2/\delta) \geq y_1^1 \},$$

por Caves, Christensen e Diewert [1982 a] num quadro de análise geral da função produção e por Färe, Grosskopf, Lindgren e Roos em 1989 no quadro de análise do método não paramétrico "Data Envelopment Analysis".

(91) Definido em relação ao período 2, teríamos (facilmente demonstrável):

$$Q_{MI}^2(x^2, x^1) = \frac{1}{D_I^2(y^2, x^1)}$$

(92) $D^1(y^1, x^1) = D^2(y^2, x^2) = 1$, porque uma das hipóteses subjacentes à análise é a de que (y^1, x^1) e (y^2, x^2) pertencem à fronteira de possibilidades de produção.

em que $y^1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_N^1) = (y_1^1, \tilde{y}^1)$, e F^1 é a função de produção que representa a tecnologia período 1, isto é, o valor mínimo δ pelo qual é necessário deflacionar o vector de factores no período 2, x^2 , para atingir a fronteira de possibilidades de produção do período 1, dado que o vector de produtos é o do período 1.

Podem igualmente exprimir-se os índices Malmquist de quantidades dos produtos, em relação ao período 1⁽⁹³⁾:

$$(5.36) \quad Q_{M0}^1(y^2, y^1) \equiv \frac{D_0^1(y^2, x^1)}{D_0^1(y^1, x^1)} = D_0^1(y^2, x^1)^{(94)} =$$

$$= \underset{\delta}{\text{Min}} \{ \delta : g^1(y^2/\delta, x^1) \leq x_1^1 \} ,$$

em que $x^1 = g^1(y, \tilde{x})$, onde g^1 representa a função de necessidades de factores (isto é, que dá o valor mínimo do factor 1 necessário para produzir o vector de produto y , dado o vector dos 'outros' factores, que não o vector 1, \tilde{x}). $D_0^1(y^2, x^1)$ representa então o valor mínimo, δ , pelo qual é necessário deflacionar o vector de produtos do período 2, y^2 , para atingir a fronteira de possibilidades de produção do período 1, dado o vector de factores do período 1.

Caves, Christensen e Diewert [1982 b] fizeram uma extensão do resultado de

(93) Definido em relação ao período 1, teríamos (facilmente demonstrável):

$$Q_{M0}^2(y^2, y^1) = \frac{1}{D_0^2(y^1, x^2)}$$

(94) Ver nota 92.

Diewert [1976] e mostraram que o índice de factores de Törnqvist é superlativo num sentido mais amplo, pois também é exacto para a média geométrica de dois índices Malmquist de factores, cujas funções distância podem ser formas translogaritmicas diferentes (excepto nos parâmetros de segunda ordem dos factores) e não têm de ser necessariamente homogéneas. Deste modo,

$$(5.37) \quad \frac{1}{2} \ln Q_{MI}^1(\cdot) + \frac{1}{2} \ln Q_{MI}^2(\cdot) = \ln Q_T^*(p^1, p^2, x^1, x^2)^{(95)},$$

em que $Q_T^*(\cdot)$ é o índice Törnqvist de quantidades dos factores.

Fizeram uma extensão análoga à da agregação dos factores e demonstraram que a média geométrica de dois índices Malmquist cujas subjacentes funções distância dos produtos sejam translogaritmicas idênticas nos parâmetros de segunda ordem dos produtos, é um índice de produtos de Törnqvist. Assim,

$$(5.38) \quad \frac{1}{2} \ln Q_{MO}^1(\cdot) + \frac{1}{2} \ln Q_{MO}^2(\cdot) = \ln Q_T(q^1, q^2, y^1, y^2)^{(96)},$$

em que $Q_T(\cdot)$ é o índice Törnqvist de quantidades dos produtos.

A evolução da produtividade pode assim ser analisada por duas ópticas:

Uma delas consiste em determinar índices de produtividade Malmquist baseados

(95) p^t representa o vector de preços dos factores, para $t = 1, 2$.

(96) q^t representa o vector de preços dos produtos, para $t = 1, 2$.

no produto, em que existe aumento (ou diminuição) da produtividade se, dado um determinado vector de factores, a nova tecnologia é capaz de produzir mais (ou menos) que a tecnologia antiga.

Assim, o índice de produtividade de Malmquist baseado nos produtos, em relação ao período 1⁽⁹⁷⁾, será:

$$(5.39) \quad M_0^1(x^2, x^1, y^2, y^1) \equiv \frac{D_0^1(y^2, x^2)}{D_0^1(y^1, x^1)} = D_0^1(y^2, x^2) = \\ = \min_{\delta} \{ \delta : g^1(y^2/\delta, \tilde{x}^2) \leq x_1^2 \},$$

isto é, o valor mínimo do factor de deflação tal que o vector deflacionado do produto para o período 2 e o vector de factores no período 2 estejam na fronteira de possibilidades de produção do período 1. A produtividade terá aumentado do período 1 para o período 2 se $M_0^1(\cdot) > 1$.

Outra forma consiste em exprimir índices de produtividade Malmquist baseados nos factores, em que existe aumento (ou diminuição) da produtividade se, a produção de um determinado vector de produtos sob a nova tecnologia requer menos (ou mais) recursos que sob a tecnologia antiga.

Assim, o índice de produtividade de Malmquist baseado nos factores, em

(97) Para o período 2 teríamos:

$$M_0^2(x^2, x^1, y^2, y^1) \equiv \frac{D_0^2(y^2, x^2)}{D_0^2(y^1, x^1)} = \frac{1}{D_0^2(y^1, x^1)}$$

relação ao período 1⁽⁹⁸⁾, será:

$$(5.40) \quad M_I^1(x^2, x^1, y^2, y^1) \equiv \frac{D_I^1(y^1, x^1)}{D_I^1(y^2, x^2)} = \frac{1}{D_I^1(y^2, x^2)} =$$

$$= \min_{\rho} \{ \rho : F^1(\tilde{y}^2, \rho x^2) \geq y_1^2 \},$$

isto é, o valor mínimo do factor pelo qual se deve multiplicar o vector dos factores no período 2, tal que o vector assim multiplicado no período 2 e o vector do produto no período 2 se situem na fronteira de possibilidades de produção do período 1. Assim, se a produtividade no período 2 fôr superior à do período 1, teremos $M_I^1(\cdot) > 1$ (ou o que é idêntico, $D_I^1(y^2, x^2) < 1$).

Caves, Christensen e Diewert [1982 b] demonstraram que a média geométrica de dois índices Malmquist da produtividade é a generalização do índice de produtividade de Törnqvist que se reduz ao índice de Törnqvist no caso de rendimentos constantes à escala.

Assim, o índice de produtividade Malmquist baseado no produto será dado por:

$$(5.41) \quad \ln M_0(x^2, x^1, y^2, y^1) \equiv \ln Q_T(q^2, q^1, y^2, y^1) - \ln Q_T^*(p^2, p^1, x^2, x^1) +$$

$$+ r(p^2, p^1, x^2, x^1, \varepsilon^2, \varepsilon^1)$$

em que $M_0(\cdot)$ designa o índice de produtividade Malmquist baseado no produto, $Q_T(\cdot)$ designa o índice Törnqvist dos produtos, $Q_T^*(\cdot)$ designa o índice

(98) Para o período 2, teríamos:

$$M_I^2(x^2, x^1, y^2, y^1) \equiv \frac{D_I^2(y^1, x^1)}{D_I^2(y^2, x^2)} = D_I^2(y^1, x^1)$$

Törnqvist dos factores e $r(\cdot)$ é o termo dos factores de escala locais⁽⁹⁹⁾, definido como:

$$(5.42) \quad r(\cdot) = \frac{1}{2} \sum_n \left(\frac{p_n^1 x_n^1}{p^1 x^1} (1-\varepsilon^1) + \frac{p_n^2 x_n^2}{p^2 x^2} (1-\varepsilon^2) \right) \cdot \left(\ln x_n^2 - \ln x_n^1 \right)$$

Dados valores sobre os factores, preços dos factores, produtos e preços dos produtos, pode-se calcular $M_0(\cdot)$ desde que se saibam os rendimentos à escala locais, ε^t , com $t = 1, 2$.

Se $\varepsilon^1, \varepsilon^2 = 1$, isto é, rendimentos constantes à escala, $M_0(\cdot)$ é dado pelo rácio dos índices de Törnqvist dos produtos e dos factores.

Se $\varepsilon^1, \varepsilon^2 < 1$, isto é, rendimentos decrescentes à escala, com maximização do lucro: $\varepsilon^t = \frac{q^t y^t}{p^t x^t}$, com $t = 1, 2$, pelo que se pode calcular $M_0(\cdot)$.

Se $\varepsilon^1, \varepsilon^2 > 1$, isto é, rendimentos crescentes à escala, não existe maximização do lucro, logo só se pode calcular $M_0(\cdot)$ com o conhecimento de

(99) *Sobre o conceito de rendimentos à escala locais:*
 Supondo que se verifica um aumento proporcional, λ , para todos os factores x^t , com $t = 1, 2$. Seja $u^t(y^t, x^t, \lambda)$ o factor de proporcionalidade pelo qual todos os produtos devem ser aumentados de modo a que os vectores dos produtos e dos factores se mantenham na fronteira de possibilidades de produção. Isto é, $u^t(y^t, x^t, \lambda)$ é a solução de:

$$\lambda x_1^t = g^t(u^t y^t, \lambda \tilde{x}^t), \text{ em que } x^t \equiv (x_1^t, \tilde{x}^t).$$

Então, o grau de rendimentos à escala locais é dado por:

$$\varepsilon^t = \delta u^t(y^t, x^t, \lambda) / \delta \lambda = (\text{em } \lambda=1) - x^t \nabla_x d^t(y^t, x^t).$$

Se os rendimentos são localmente constantes (crescentes ou decrescentes), então $\varepsilon^t=1$ ($\varepsilon^t>1$, $\varepsilon^t<1$, respectivamente). [ADAPTADO de CAVES, CHRISTENSEN E DIEWERT, 1982 b, pg.1402]

ε^t .

Se $\ln x_n^2 - \ln x_n^1 \cong 0$, isto é, os níveis dos factores que as empresas utilizam for semelhante, então não é necessário saber ε^t porque $r(\cdot)$ depende desses níveis que se vão anular.

Por seu lado, o índice de produtividade Malmquist baseado nos factores será:

$$(5.43) \quad \ln M_I(x^2, x^1, y^2, y^1) \equiv \ln Q_T(q^2, q^1, y^2, y^1) - \ln Q_T^*(p^2, p^1, x^2, x^1) + \\ + R(q^2, q^1, y^2, y^1, \varepsilon^2, \varepsilon^1)$$

$$\text{com } R(\cdot) = \frac{1}{2} \sum_i^L \left[((\varepsilon^1)^{-1} - 1) \frac{q_1^1 y_1^1}{q_1^1 y_1^1} + ((\varepsilon^2)^{-1} - 1) \frac{q_1^2 y_1^2}{q_1^2 y_1^2} \right] \cdot \left(\ln y_i^2 - \ln y_i^1 \right)$$

Com rendimentos constantes à escala, $M_I(\cdot)$ é dado pelo rácio dos índices de Törnqvist dos produtos e dos factores.

Com rendimentos decrescentes à escala e maximização do lucro: $(\varepsilon^t)^{-1} = \frac{q^t y^t}{p^t x^t}$,

com $t = 1, 2$, pelo que se pode calcular $M_I(\cdot)$.

Para rendimentos crescentes à escala só se pode calcular $M_I(\cdot)$ com o conhecimento de ε^t .

Diewert [DIEWERT, 1992] considerou o outro índice que também pode ser calculado com preços e quantidades e que é aproximadamente consistente na agregação e exacto para uma forma quadrática da função de produção: o índice Ideal de Fisher.

Pela abordagem das propriedades matemáticas da teoria dos números índices Diewert [1992] demonstrou que o índice Ideal de Fisher é o unico que satisfaz os 20 propriedades propostas⁽¹⁰⁰⁾, pelo que recomenda a utilização do índices de quantidades de Fisher para o cálculo dos agregados de produto e factores e para o cálculo da medida da produtividade [Teorema 1 - pg.221], em que:

$$(5.44) \quad Pr_F(q^1, q^2, y^1, y^2, p^1, p^2, x^1, x^2) \equiv \frac{Q_F(q^1, q^2, y^1, y^2)}{Q_F^*(p^1, p^2, x^1, x^2)},$$

onde Pr_F designa o índice de produtividade de Fisher, Q_F designa o índice de quantidades dos produtos de Fisher, e Q_F^* designa o índice de quantidades dos factores de Fisher.

Diewert [1992] reforçou este ponto de vista utilizando a abordagem económica⁽¹⁰¹⁾ da teoria dos números índices para demonstrar que os índices de quantidades de Fisher são correctos para determinar os agregados dos produtos e dos factores, e a medida da produtividade.

Diewert fez essa demonstração utilizando duas ópticas, a da maximização da função receita e através da função distância dos produtos (usando índices de quantidades Malmquist). Assim, demonstrou que um índice de

(100) *Para uma descrição mais detalhada das propriedades dos índices ver DIEWERT [1992, pg.214/220]*

(101) *Na abordagem económica da medida da produtividade, uma variação na produtividade é tida como sendo um deslocamento da função produção ou de uma das representações duais da função produção. Diewert [DIEWERT, 1992] utiliza a maximização da função receita como hipótese do comportamento otimizador subjacente ao problema.*

produtividade Malmquist, é igual ao rácio entre o índice de quantidades dos produtos de Fisher e o índice de quantidades dos factores de Fisher, tal como tinha demonstrado pela abordagem dos testes (ver equação (5.44)).

Também Färe e Grosskopf [FÄRE E GROSSKOPFT, 1992] demonstraram que o índice Ideal de Fisher, pode ser derivado de índices Malmquist. É mais geral no sentido de que não necessita de ter subjacente uma determinada forma funcional, mas só se mantém sob as condições de rendimentos constantes à escala e eficiência na produção. No caso de rendimentos constantes à escala e maximização do lucro, o índice Malmquist da produtividade baseado nos factores (i) será dado pelo rácio de dois índices de Fisher:

$$(5.45) \quad M_I^2(x^2, y^2, y^1, x^1) \equiv \frac{F_I(q^2, x^2, q^1, x^1)}{F_O(p^2, y^2, p^1, y^1)},$$

em que $M_I^2(\cdot)$ designa índice Malmquist da produtividade baseado nos factores, $F_I(\cdot)$ designa o índice de quantidades dos factores de Fisher e $F_O(\cdot)$ designa o índice de quantidades dos produtos de Fisher.

Para Denny e Fuss [DENNY E FUSS, 1983] nas comparações espaciais pode não ser suficiente utilizar os índices de Törnqvist ou Ideal de Fisher pois a função flexível que lhes está subjacente pode implicar um enviesamento significativo, já que a aproximação pode ser diferente (superior) da aproximação de segunda ordem à função que gera os dados. Assim, estes autores apresentam uma metodologia mais geral⁽¹⁰²⁾ para analisar as diferenças inter-temporais e inter-espaciais nos produtos e custos. Começando com

(102) Mais geral porque permite que o analista da produtividade se afaste do "colete" quadrático (aproximações de segunda ordem) imposto pela classe de índices superlativos. [DENNY E FUSS, 1983, pg.315]

expansões em série de Taylor sobre os dois pontos a ser comparados, desenvolvem uma equação de "general growth accounting" que pode ser aproximada a qualquer grau desejado de precisão, dependendo da informação disponível.

5.4 - A abordagem econométrica

Nesta abordagem associa-se uma forma funcional à função de produção (à função custo ou à função lucro) de modo a poder estimar econometricamente os parâmetros dessa função⁽¹⁰³⁾.

Esta abordagem para além de poder ser utilizada para determinar a taxa de crescimento da produtividade total dos factores (não sendo a sua utilização essencial a esse nível pois, como se analisou nos sub-capítulos anteriores, para isso é suficiente o cálculo de números índices), também é utilizada para determinar os parâmetros da estrutura de produção, as propriedades de substituição e de escala, a distribuição do valor do produto entre os factores produtivos e quais os factores que influenciam a evolução da produtividade.

Na estimação econométrica desses modelos podem ser usados, como dados, os índices de quantidades dos factores, os correspondentes índices de preços e os índices de crescimento da produtividade, analisados anteriormente.

Numa abordagem econométrica típica, considerando um só produto y^t , para analisar os deslocamentos da função de produção assume-se que as funções de produção específicas do período t , $f_t(x)$, podem ser reescritas como $f(x,t)$. Assume-se uma forma funcional conveniente e estimam-se os parâmetros

⁽¹⁰³⁾ *Por não fazerem parte do âmbito deste trabalho, não vão aqui ser analisados os problemas de estimação propriamente ditos.*

desconhecidos que caracterizam f , usando a equação da regressão:

$$(5.46) \quad y^t = f(x^t, t) + \text{erro}, \text{ para } t = 1, 2, \dots, T \text{ (número de períodos)}$$

para os quais existem valores para o produto e para os factores),

em que $x^t \equiv (x_1^t, x_2^t, \dots, x_N^t)$ é o vector de factores utilizados no período t .

Esta é a abordagem tradicional de modelização do comportamento do produtor a um nível agregado. Colocam-se as hipóteses de que a função de produção é caracterizada por rendimentos constantes à escala e de que é aditiva nos factores trabalho e capital. Sob estas restrições as funções procura e oferta podem ser derivadas explicitamente da função de produção e das condições necessárias para o equilíbrio do produtor. No entanto, esta abordagem tem a desvantagem de impôr restrições a priori quanto aos padrões de substituição entre os factores, frustrando o objectivo de determinar esses padrões.

O modelo de produção agregado introduzido por Cobb e Douglas em 1928 e desenvolvido por Tinbergen em 1942, no estudo das fontes de crescimento económico, ainda tem utilidade na modelização de tendências de longo prazo. No entanto, a evidência empírica fornecida pela crise energética dos anos 70 expôs importantes limitações à modelização da produção agregada, que não podem ser ultrapassadas só por se tornar o modelo agregado mais complexo.

No caso de existir mais do que um produto, há vantagem económetrica⁽¹⁰⁴⁾ em

(104) *A formalização dual da teoria da produção tornou possível ultrapassar as limitações da abordagem tradicional de modelização econométrica. Esta formalização foi introduzida por Hotelling e mais tarde alargada por Samuelson em 1954 e Shephard em 1953.*

utilizar uma função custo conjunta, C , [DIEWERT, 1980] definida como:

$$(5.47) \quad C(y, w, t) \equiv \min_x \{ w \cdot x : (y, x) \in S^t \},$$

em que $y \equiv (y_1, y_2, \dots, y_N)$ é um vector de produtos, (se $y_m < 0$, então o m^{esimo} "produto" é um factor intermédio), $w \equiv (w_1, w_2, \dots, w_N) \gg 0$ é o vector dos preços positivos dos factores, $x \equiv (x_1, x_2, \dots, x_N) \geq 0$ é um vector não negativo dos factores utilizados, $w \cdot x \equiv \sum w_i x_i$ e S^t designa o conjunto de possibilidades de produção da empresa no período t .

A função custo conjunta é completamente determinada pelo conjunto de possibilidades de produção S^t . Sob determinadas condições de regularidade⁽¹⁰⁵⁾ C determina S^t . Além disso, se C é diferenciável em relação às componentes do vector de preços dos factores, w , tem-se, pelo Lemma de Shephard:

$$(5.48) \quad x^t = \nabla_w C(y^t, x^t, t),$$

em que $\nabla_w C(\cdot)$ designa o vector de derivadas parciais de C em relação às componentes de w , e x^t representa as funções procura de factores.

Assim, se se assumir (i) que o produtor minimiza os custos de forma competitiva, (ii) uma forma da função custo conjunta conveniente, e se se (iii) juntarem erros ao sistema de funções procura de factores (5.44), podem-se usar as equações desse sistema para estimar econometricamente os parâmetros desconhecidos de C . Uma vez que C tenha sido determinado, medidas como a alteração na tecnologia podem ser calculadas.

(105) De acordo com DIEWERT [1980] para uma descrição detalhada destas condições ve o texto de McFadden, de 1978 "Cost, Revenue and Profit Functions".

Deve-se referir ainda que a forma funcional de C deve ser capaz de fornecer uma aproximação de segunda ordem a uma função arbitrária dupla - continuamente diferenciável, e as derivadas (ou as derivadas logarítmicas) devem ser lineares nos parâmetros desconhecidos de modo a facilitar a estimação econométrica.

Para Jorgenson [1990] a utilização de sistemas completos de funções procura para os factores em cada sector é a forma mais correcta de modelizar o comportamento do produtor, pois constitui uma forma alternativa à da função de produção agregada (que, como foi analisado no capítulo 4, está sujeita a condições bastante restritivas). Cada sistema fornece as quantidades procuradas como funções dos preços dos factores e produto. Esta abordagem de equilíbrio geral⁽¹⁰⁶⁾ do comportamento do produtor teve origem com Berndt e Jorgenson em 1973. A produção é caracterizada por rendimentos constantes à escala em cada sector. O produto é representado como uma função do capital, trabalho, energia, materiais e tempo, como um indicador da tecnologia.

(106) *A abordagem descrita é uma alternativa à modelização do equilíbrio geral da produção tradicional, que teve origem com Leontief em 1951, começando com a implementação de um modelo estático de "input-output". Em 1953 Leontief introduziu um modelo dinâmico de "input-output". O trabalho empírico associado com a análise "input-output" é baseado na estimação dos parâmetros desconhecidos de um modelo inter-industrial a partir de uma matriz de transacções inter-industriais. Estas estimativas são baseadas na hipótese de coeficientes fixos na modelização da procura de factores, pelo que todos os factores são proporcionais ao produto.*

Em 1976 Johansen implementou um modelo de equilíbrio geral sem as hipóteses de coeficientes fixos na análise "input-output", a não ser para a modelização da procura dos bens intermédios. Johansen empregou funções de produção lineares logaritmizadas (funções Cobb-Douglas) na modelização do crescimento da produtividade e da substituição entre os factores, trabalho e capital. As funções de produção lineares logaritmizadas têm implícito que os "shares" dos factores no valor do produto são fixos, de modo que os parâmetros desconhecidos que caracterizam a substituição entre capital e trabalho podem ser estimados a partir de informação conhecida para um dado período. Johansen só empregou métodos econométricos para estimar as taxas de crescimento da produtividade.

A implementação de modelos econométricos do comportamento do produtor para a análise do equilíbrio geral é muito exigente em termos de necessidade de dados. Estes modelos requerem a construção de séries temporais consistentes para os quadros inter-industriais e a desagregação das medidas de trabalho e capital a nível sectorial. Além disso, a implementação de sistemas de funções procura dos factores requer métodos econometricos de estimação dos parâmetros em sistemas de equações simultaneas que podem ser não lineares.

Para a estimação econométrica, quer de modelos agregados quer de modelos sectoriais, está disponível uma grande quantidade de formas gerais para a função de produção e para cada uma das suas representações duais, dos quais se seguem alguns exemplos.

Função de produção Cobb-Douglas:

$$(5.49) \quad Y = A x_1^\alpha x_2^\beta,$$

em que Y é o produto, x_1 e x_2 são factores, A é o parâmetro de eficiência e α e β são as elasticidades constantes dos factores, $\alpha + \beta \gtrless 1$.

As limitações da função Cobb-Douglas levaram ao surgimento da função de produção CES, função de produção de elasticidade constante, que trata a elasticidade de substituição entre os factores como um parâmetro desconhecido que deverá ser estimado econometricamente. No entanto, a função de produção CES mantém as hipóteses de aditividade e homogeneidade e impõe limitações muito fortes nos padrões de substituição. A sua forma genérica é dada por:

$$(5.50) \quad Y = A [\delta x_1^{-\rho} + (1-\delta)x_2^{-\rho}]^{-u/\rho}$$

em que Y é o produto, x_1 e x_2 são factores, A é o parâmetro de



eficiência, δ é a intensidade dos factores ($0 < \delta < 1$), ρ é o parâmetro de substituição ($-1 \leq \rho \leq \infty$) e v é o grau de rendimentos à escala (grau de homogeneidade).

A função Cobb-Douglas e a função CES são funções linearmente homogéneas o que, como foi referido, impõe bastantes restrições a priori. Um outro conjunto de formas gerais para a função de produção, muito menos restritivo, são as funções de produção não homotéticas. Estas funções são caracterizadas por terem taxas marginais de substituição constantes mas os rendimentos à escala e os rácios óptimos de factores são variáveis. Têm formas funcionais flexíveis pois não impõem restrições a priori, como a homoteticidade, elasticidade de substituição constante, aditividade, etc., permitindo testar essas condições, e são facilmente adaptáveis de modo a incluir múltiplos produtos e factores. Um exemplo desta classe de funções é a função de produção transcendental logaritmica (ou função translog), sendo habitualmente utilizada na estimação econométrica a função custo dual, de que é exemplo a equação (5.30).

Os modelos econométricos mais recentes levantam as hipóteses restritivas de ajustamento instantâneo dos factores, rendimentos constantes à escala e concorrência perfeita, tentando ir ao encontro dos modelos teóricos que focam a importância dos rendimentos à escala crescentes, concorrência imperfeita e efeitos externos, na compreensão do crescimento económico. No entanto, por envolverem um pesado trabalho empírico, a implementação prática deste tipo de modelos tem sido lenta⁽¹⁰⁷⁾.

(107) São de destacar dois textos de análise da produtividade neste

A utilização de modelos em que o progresso técnico é endógeno requer optimização inter-temporal, dado que o progresso técnico em qualquer momento do tempo afecta as possibilidades de produção futuras. Os modelos inter-temporais incorporam custos de ajustamento. Neste tipo de modelos o planeamento óptimo da produção requer a utilização de técnicas de controlo óptimo.

As regras de decisão incorporadas nos modelos dinâmicos de comportamento do produtor baseados em custos de ajustamento podem ser 'míopes' ou podem-se incorporar expectativas explicitamente nos modelos económicos. De modo a simplificar essa inclusão dos preços futuros podem-se tratar esses preços como se fossem conhecidos com certeza, e além disso podem-se tomar todos os preços futuros como sendo iguais aos preços correntes, de modo a que as expectativas sejam estáticas. Uma objecção a modelos dinâmicos de produção baseados em expectativas estáticas é a de que os preços correntes se vão alterando, mas as expectativas são baseadas em preços futuros inalterados. Uma abordagem alternativa é basear a optimização dinâmica em previsões de preços futuros. Dado que estas previsões estão sujeitas a erros, exige-se que o processo de optimização tenha em conta a incerteza que acompanha as previsões de preços futuros⁽¹⁰⁸⁾.

contexto: MORRISON [1992] e NEUSSER [1993]

(108) *Para uma análise da produtividade em contexto de incerteza ver APPELBAUM [1991].*

CONCLUSÃO

O objectivo deste trabalho foi o de fazer uma revisão teórica dos problemas que se levantam a propósito da definição do conceito de produtividade total dos factores e da sua medição.

A definição básica de produtividade total dos factores é muito simples: é um rácio entre a quantidade produzida de produto(s) e a quantidade utilizada de factores nessa produção. Esta relação estabelece-se com base numa função de produção, através da qual o volume de produto depende do volume dos factores utilizados na produção e da tecnologia existente, sendo identificados deslocamentos da função de produção com alterações da produtividade total. No entanto, ao longo da tese foi possível demonstrar que afinal as questões não são assim tão simples. Levantam-se muitos problemas conceptuais e também de medida da produtividade total dos factores (os problemas com a implementação empírica não foram analisados nesta tese).

Deste modo, começou-se por questionar a "validade" dessa relação. Para isso, expuseram-se alguns dos modelos neo-clássicos de forma a dar uma ideia da evolução do conceito e da sua medição, apresentando as alterações que têm sido aplicadas ao "resíduo" inicial de Solow. Também se apresentaram algumas pistas quanto aos novos desenvolvimentos da teoria do crescimento, mas a sua utilização a nível teórico e empírico ainda está no início.

Continuou-se analisando alguns dos problemas relativos ao "numerador" do rácio: o produto. É um conceito medido em quantidades, pelo que é necessário

passar os valores do mercado para preços constantes. Nesta passagem, um dos problemas que surge com maior acuidade é o de incorporar informação sobre alterações de qualidade dos produtos. Assim, expôs-se um método de incorporação dessas alterações nos preços dos produtos. Também foram apresentadas as ideias dos principais analistas da contabilidade nacional na óptica do crescimento, quanto ao agregado da economia que se deve utilizar como representativo do produto. Por último, escolheram-se dois sectores dos serviços para analisar a definição de produto nesta área. Ficaram todos os outros por analisar, mas os dois que foram escolhidos são representativos de algumas das características mais importantes do produto dos serviços.

Depois de estudado o "numerador", passou-se à análise do "denominador" do rácio. Numa primeira fase analisaram-se os factores de produção. Viu-se que o factor trabalho é mais do que o número de horas trabalhadas (geralmente utilizadas como medida deste factor), sendo necessário que se incorpore informação de outras variáveis, de modo a obter um agregado que exprima melhor as características deste factor. Em relação ao factor capital, verificou-se que este não só é difícil de conceptualizar como de medir. Têm de se colocar inúmeras hipóteses de modo a determinar o volume de serviços de capital, pois os dados que provêm do mercado são relativos ao investimento a preços correntes e à taxa de depreciação, que é necessário transformar em stock de capital e depois em fluxo a preços constantes.

Numa segunda fase analisou-se a existência de funções de produção agregadas. Este capítulo é de grande densidade teórica, o que tornou difícil a sua apresentação. No entanto, um facto ficou claro, é pouco provável que as tecnologias da economia ou das indústrias sejam consistentes com a agregação

do capital. Alguns autores sugerem que se evite a utilização de estimativas baseadas na hipótese de existência de tecnologias agregadas, o que na prática se torna difícil de implementar. Podem-se, no entanto, tentar desenvolver métodos robustos de estimação e testes empíricos de validade dos agregados.

Depois de analisadas as questões relativas à definição e medida dos componentes do rácio passou-se à análise do seu cálculo. Se quisermos determinar somente a evolução da produtividade (ou fazer comparações espaciais) basta calcular um rácio entre a quantidade de produto(s) e a quantidade dos factores. Mas os rácios teoricamente correctos, índice ideal de Fisher e índice de Törnqvist exigem informação que nem sempre está disponível. Geralmente o que se consegue obter é o índice de Laspeyres, o que leva a indicadores enviesados. A magnitude desse enviesamento depende do lapso de tempo que vai do período base ao período de comparação. Assim, para diminuir os enviesamentos é necessário que se altere frequentemente a base. Além disso, geralmente do lado dos factores só existe informação sobre o factor trabalho, utilizando-se desse modo a produtividade do trabalho, o que pode dar uma imagem distorcida do que se passa em relação a uma indústria ou à economia.

Existem certamente outros temas que ficaram por tratar, e alguns dos que foram analisados poderiam-no ter sido com maior profundidade, mas , citando Nadiri [NADIRI, 1970, pg.1171] " (...) uma longa história tem de ter um fim ".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahmad,S.(1991) *Capital in Economic Theory - Neo-Classical, Cambridge and Chaos*, Edward Elgar Publishing Company
- Aizcorbe,A.M.(1990) "Testing the Validity of Aggregates", *Journal of Business & Economic Statistics* 8, n^o 4, pg.373-383
- Allen,R.C., Diewert,W.E.(1981) "Direct versus Implicit Superlative Index Number Formulae", *The Review of Economics and Statistics* 63, pg.430-435
- Amable,B., Guellec,D.(1994) "Les Théories de la Croissance Endogène", *Revue d'Economie Politique* 102, n^o 3, pg.313-377
- Armknrecht,P.A., Ginsburg,D.H.(1992) "Improvements in Measuring Price Changes in Consumer Services: Past, Present, and Future", in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.109-156
- Baily,M.N.(1990) "Comments: Competition, Increasing Returns, and the Solow Productivity Residual", in *Growth / Productivity / Unemployment: Essays to Celebrate Bob Solow's Birthday*, ed. Peter Diamond, The MIT Press, Cambridge Massachussets, pg.142-149
- Baily,M.N., Schultze,C.L.(1990) "The Productivity of Capital in a Period of Slower Growth", *Brookings Papers on Economic Activity - Microeconomics*, pg.369-406
- Bairrada,M.N.(1989) *Crescimento dos Serviços e Mutação dos Sistemas Económicos: o Processo de Terciarização*, dissertação de Doutoramento em Economia, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisboa

- Balk,B.M.(1994) "Micro-Economic Foundations for Industrial Price, Quantity, and Productivity Indices", in *EUROSTAT-INSEE Workshop on Short Term Indicators*, 26 / 28 Janeiro, Paris
- Baumol,W.J.(1985 a) "Productivity Policy and the Service Sector" in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed.R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.301-317
- Baumol,W.J.(1985 b) "Comment: Measurement of Output and Productivity in the Service Sector", in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed. R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.124-126
- Baumol,W.J., Blackman,S.A.B., Wolff,E.N.(1990) *Productivity and American Leadership: the Long View*, The MIT Press, Cambridge
- Behrman,J.R.(1985) "Comment: Services in the International Economy" in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed.R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.49-52
- Berg,S.A., Førsund,F.R., Jansen,E.S. (1992) "Malmquist Indices of Productivity Growth during Deregulation of Norwegian Banking, 1980-89", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.211-228
- Berger,A.N., Humphrey,D.B.(1992) "Measurement and Efficiency Issues in Commercial Banking", in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.245-279
- Berndt,E.R.(1990) "Comment: the Measurement of Capital" in *Fifty Years of Economic Measurement*, Studies in Income and Wealth 54, ed.E.R.Berndt e J.E.Triplett, The University of Chicago Press, Chicago, pg.152-158

- Betancourt,R.R., Gautschi,D.A.(1993) "The Outputs of Retail Activities: Concepts, Measurement and Evidence from U.S. Census Data", *The Review of Economics and Statistics* 75, n^o 2, pg.294-301
- Bitros,G.C.,Panas,E.E.(1988) "Measuring Product Prices under Conditions of Quality Change: the Case of Passenger Cars in Greece", *The Journal of Industrial Economics* 37, pg.167-186
- Bjurek,H., Kjulin,U., Gustafsson,B. (1992) "Efficiency, Productivity and Determinants of Inefficiency at Public Day Care Centers in Sweden", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.173-187
- Blackorby,C., Schworm,W.(1984) "The Structure of Economies with Aggregate Measures of Capital: a Complete Characterization", *The Review of Economic Studies* 51, pg.633-650
- Blackorby,C., Schworm,W.(1988) "The Existence of Input and Output Aggregates in Aggregate Production Functions", *Econometrica* 56, n^o 3, pg.613-643
- Blinder,A.S.(1976) "On Dogmatism in Human Capital Theory", *The Journal of Human Resources* XI, pg.8-22
- Blomqvist,Å.(1992) "Comment on B.A.Weisbrod 'Productivity and Incentives in the Medical Care Sector', *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.147-150
- Bos,F.(1992) "Reasons for Preferring Net to Gross Figures of Income and Product (and vice versa)", *The Review of Income and Wealth* 38, n^o 3, pg.267-279
- Bosworth,B.P.(1982) "Capital Formation and Economic Policy", *Brookings Papers on Economic Activity*, n^o 2, pg.273-326
- Cartwright,D.W., Smith,S.D.(1988) "Deflator for Purchases of Computers in GNP: Revised and Extended Estimates, 1983-88", *Survey of Current Business* 68, n^o 11, pg.22-23

- Caves,D.W., Christensen,L.R., Diewert,W.E.(1982 a) "Multilateral Comparisons of Output, Input, and Productivity using Superlative Index Numbers", *The Economic Journal* 92, pg.73-86
- Caves,D.W., Christensen,L.R., Diewert,W.E.(1982 b) "The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output and Productivity", *Econometrica* 50, n^o 6, pg.1393-1414.
- Caves,D.W., Christensen,L.R., Swanson,J.A.(1981) "Productivity Growth, Scale Economies, and Capacity Utilization in U.S. Railroads, 1955-74", *The American Economic Review* 71, n^o 4, pg.994-1002
- Chadeau,A.(1993) "Méthodes de Mesure de la Valeur Ajoutée Annuelle à Prix Constants des Services Non Marchands dans les Pays de l'OCDE", *Cinquième Colloque de Comptabilité Nationale de l'Association de Comptabilité Nationale*, 12/14 Dezembro 1993, Paris
- Chavas,J-P., Cox,T.L.(1990) "A Non-Parametric Analysis of Productivity: the Case of U.S. and Japanese Manufacturing", *The American Economic Review* 80, n^o 3, pg.450-464.
- Christensen,L.R., Cummings,D., Jorgenson,D.W. (1981) "Relative Productivity Levels, 1947-1973. An International Comparison", *European Economic Review* 16, pg.61-94
- Chinloy,P.(1980) "Sources of Quality Change in Labor Input", *The American Economic Review* 70, pg.108-119
- Colwell,R.J., Davis,E.P.(1992) "Output and Productivity in Banking" *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.111-129
- Conrad,K.(1992) "Comment on D.W.Jorgenson and B.M.Fraumeni 'Investment in Education and U.S. Economic Growth", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.71-74

- Cornwall, J. (1987) "Total Factor Productivity" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 4, ed. J. Eatwell, M. Milgate, P. Newman, London, MacMillan, pg. 660-662
- Dean, E. R., Kunze, K. (1992) "Productivity Measurement in Service Industries" in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed. Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg. 73-101 e pg. 104-106
- De Bandt, J. (1988) "Le Débat sur la Productivité dans les Services: des Problèmes mal posés", *Revue d'Economie Industrielle* 43, pg. 179-195
- Denison, E. F. (1993) "Robert J. Gordon's Concept of Capital" *The Review of Income and Wealth* 39, pg. 89-102
- Denny, M., Fuss, M. (1983) "A General Approach to Intertemporal and Interspatial Productivity Comparisons", *Journal of Econometrics* 23, pg. 315-330
- Diewert, W. E. (1976) "Exact and Superlative Index Numbers", *Journal of Econometrics* 4, pg. 115-145
- Diewert, W. E. (1978) "Superlative Index Numbers and Consistency in Aggregation", *Econometrica* 46, n° 4, pg. 883-900
- Diewert, W. E. (1980) "Capital and the Theory of Productivity Measurement", *The American Economic Review* 70, Maio, pg. 260-267
- Diewert, W. E. (1982) "Duality Approches to Microeconomic Theory" in *Handbook of Mathematical Economics* II, ed. K. J. Arrow e M. D. Intriligator, North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York e Oxford, pg. 535-599
- Diewert, W. E. (1987) "Index Numbers" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 2, ed. J. Eatwell, M. Milgate, P. Newman, London, MacMillan, pg. 767-780

- Diewert, W.E. (1990) "Comment: Hedonic Methods in Statistical Agency Environments: an Intellectual Biopsy", in *Fifty Years of Economic Measurement*, Studies in Income and Wealth 54, ed. E.R. Berndt e J.E. Triplett, The University of Chicago Press, Chicago, pg. 233-237
- Diewert, W.E. (1992) "Fisher Ideal Output, Input, and Productivity Indexes Revisited", *The Journal of Productivity Analysis*, n° 3, pg. 211-248
- Dulberger, E.R. (1989) "The Application of a Hedonic Model to a Quality - Adjusted Price Index for Computer Processors", in *Technology and Capital Formation*, ed. D.W. Jorgenson e R. Landau, The MIT Press, Cambridge Massachussets, pg. 37-75
- Eisner, R. (1988) "Extended Accounts for National Income and Product", *Journal of Economic Literature* 26, pg. 1611-1684
- Färe, R., Grosskopf, S. (1992) "Malmquist Productivity Indexes and Fisher Ideal Indexes", *The Economic Journal* 102, pg. 158-160.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C.A.K. (1992) "Indirect Productivity Measurement", *The Journal of Productivity Analysis*, n° 2, pg. 283-298
- Ferrari, G. (1993) "Les Variations de Qualité des Services dans les Indices des Prix à la Consommation", *Cinquième Colloque de Comptabilité Nationale de l'Association de Comptabilité Nationale*, 12/14 Dezembro 1993, Paris
- Fisher, F.M. (1965) "Embodied Technical Change and the Existence of an Aggregate Capital Stock", *The Review of Economic Studies* 32, n° 4, pg. 263-288
- Fisher, F.M. (1968 a) "Embodied Technology and the Existence of Labour and Output Aggregate", *The Review of Economic Studies* 35, n° 4, pg. 391-412

- Fisher,F.M.(1968 b) "Embodied Technology and the Aggregation of Fixed and Moveable Capital Goods", *The Review of Economic Studies* 35, n^o 4, pg.417-428
- Fisher,F.M.(1969) "The Existence of Aggregate Production Functions", *Econometrica* 37, n^o 4, pg 553-577
- Fisher,F.M.(1982) "Aggregate Production Functions Revisited: the Mobility of Capital and the Rigidity of Thought", *The Review of Economic Studies* 49, pg.615-626
- Fisher,F.M.(1983) "On the Simultaneous Existence of Full and Partial Capital Aggregates", *The Review of Economic Studies* 50, pg.197-208
- Fisher,F.M.(1987) "Aggregation Problems" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 1, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.53-55
- Fixler,D.J., Zieschang,K.D.(1992) "User Costs, Shadow Prices, and Real Output of Banks" in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.219-243
- Fortin,N.(1991) "Fonctions de Production et Biais d'Agrégation", *Annales d'Economie et de Statistique* 20/21, pg 41-69
- Fuchs,V.R.(1985) "An Agenda for Research on the Service Sector" in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed.R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.319-325
- Gaddie,R., Zoller,M.(1988) "New Stage of Process Price System Developed for Producer Price Index", *Monthly Labor Review* 111, pg.3-16
- Glaser,J.L.(1993) "Multifactor Productivity in the Utility Services Industries" *Monthly Labor Review* 116, n^o 5, pg.34-49

- Gordon,R.J.(1971) "Measurement Bias in the Price Indexes for Capital Goods",
The Review of Income and Wealth 17, pg.121-174
- Gordon,R.J.(1992) "Productivity in the Transportation Sector", in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.371-422
- Gordon,R.J.(1993) "Reply: the Concept of Capital", *The Review of Income and Wealth* 39, pg.103-110
- Griliches,Z.(1961) "Capital Theory - Discussion", *The American Economic Review* 51, Maio, pg.127-130
- Griliches,Z.(1987) "Productivity: Measurement Problems" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 3, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.1010-1013
- Griliches,Z.(1988) "Productivity Puzzles and R&D: Another Nonexplanation", *Journal of Economic Perspectives* 2, n^o 4, pg.9-21
- Griliches,Z.(1990) "Hedonic Price Indexes and the Measurement of Capital and Productivity: Some Historical Reflections", in *Fifty Years of Economic Measurement*, Studies in Income and Wealth 54, ed.E.R.Berndt e J.E. Triplett, The University of Chicago Press, Chicago, pg.185-205
- Griliches,Z.(1992 a) "Introduction" in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.1-22
- Griliches,Z.(1992 b) "The Search for R&D Spillovers", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.29-47
- Hagemann,H.(1987) "Capital Goods" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 1, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.345-347

- Hall,R.E.(1968) "Technical Change and Capital from the Point of View of the Dual", *The Review of Economic Studies* 35, n^o 1, pg.35-46
- Hall,R.E.(1990) "Invariance Properties of Solow's Productivity Residual", in *Growth / Productivity / Unemployment / Essays to Celebrate Bob Solow's Birthday*, ed. Peter Diamond, The MIT Press, Cambridge Massachussets, pg.71-141
- Haskel,J., Martin,C.(1993) "Do Skill Shortages Reduce Productivity? Theory and Evidence for the United Kingdom", *The Economic Journal* 103, pg.386-394
- Hennings,K.H.(1987) "Capital as a Factor of Production" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 1, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.327-333
- Hjalmarsson,L., Veiderpass,A.(1992) "Productivity in Swedish Retail Distribution", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.193-205
- Hulten,C.R.(1973) "Divisia Index Numbers", *Econometrica* 41, n^o 6, pg.1017-1025
- Hulten,C.R.(1979) "On the "Importance" of Productivity Change", *The American Economic Review* 69, n^o 1, pg.126-136.
- Hulten,C.R.(1984) "Productivity Change in State and Local Governments ", *The Review of Economics and Statistics* 66, pg.256-266
- Hulten,C.R.(1985) "Comment: Measurement of Output and Productivity in the Service Sector", in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed.R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.127-130
- Hulten,C.R.(1986) "Productivity Change, Capacity Utilization, and the Sources of Efficiency Growth", *Journal of Econometrics* 33, pg.31-50

- Hulten,C.R.(1987) "Divisia Index" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 1, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.899-901
- Hulten,C.R.(1990) "The Measurement of Capital" in *Fifty Years of Economic Measurement*, Studies in Income and Wealth 54, ed.E.R.Berndt e J.E.Triplett, The University of Chicago Press, Chicago, pg.119-152
- Hulten,C.R.(1992) "Accounting for the Wealth of Nations: the Net versus Gross Output Controversy and its Ramifications", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.9-24
- Inman,R.P.(1985) "Introduction and Overview" in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed.R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.1-25
- Intriligator,M.(1992) "Productivity and the Embodiment of Technical Progress", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.75-87
- Jang,S-L., Norsworthy,J.R.(1990) "Measurement Methods for Technological Change Embodied in Inputs", *Economics Letters* 32, pg.325-330
- Jorgenson,D.W.(1986) "Econometric Methods for Modeling Producer Behavior" in *Handbook of Econometrics* III, ed.Z.Griliches e M.D.Intriligator, North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York e Oxford, pg.1841-1915
- Jorgenson,D.W.(1987) "Vintages", in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 4, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.814-816
- Jorgenson,D.W.(1989) "Capital as a Factor of Production", in *Technology and Capital Formation* ed. D.W.Jorgenson e R. Landau, The MIT Press, Cambridge Massachussets, pg.1-35

- Jorgenson,D.W.(1990) "Productivity and Economic Growth", in *Fifty Years of Economic Measurement*, Studies in Income and Wealth 54, ed.E.R.Berndt e J.E.Triplett, The University of Chicago Press, Chicago, pg.19-118
- Jorgenson,D.W., Griliches,Z.(1967) "The Explanation of Productivity Change", *The Review of Economic Studies* 34, pg.249-283
- Jorgenson,D.W., Gollop,F., Fraumeni,B.(1987) *Productivity and U.S. Economic Growth*, North Holland, Oxford
- Jorgenson,D.W., Fraumeni,B.(1992 a) "The Output of the Education Sector" in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.303-338
- Jorgenson,D.W., Fraumeni,B.(1992 b) "Investment in Education and U.S. Economic Growth", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.51-70
- Kendrick,J.W.(1977) *Understanding Productivity - An Introduction to the Dynamics of Productivity Change*, The John Hopkins University Press, Baltimore and London
- Kendrick,J.W.(1982) "Productivity" in *Encyclopedia of Economics*, ed. Douglas Greenwald, pg.767-773
- Kendrick,J.W.(1984) *Improving Company Productivity*, The John Hopkins University Press, Baltimore and London
- Kendrick,J.W.(1985) "Measurement of Output and Productivity in the Service Sector", in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed. R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.111-123
- Kendrick,J.W.(1991) "Appraising the U.S.Output and Productivity Estimates for Government - Where Do We Go from Here", *Review of Income and Wealth* 37, n^o 2, pp 149-159.

- Kurz,H.D.(1987) "Capital Theory: Debates" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 3, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.357-362
- Le Pen,C.(1986) "La Productivité des Services Publics Non Marchands: Quelques Réflexions Méthodologiques", *Revue d'Economie Politique* 5, pg.476-489
- Levitan,S.A., Werneke,D.(1984) *Productivity: Problems, Prospects and Policies*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London
- Lichtenberg,F.R., Griliches,Z.(1989) "Errors of Measurement in Output Deflators", *Journal of Business & Economic Statistics* 7, pg.1-9
- Löfgren,K.-G.(1992) " Comment on C.R.Hulten: Accounting for the Wealth of Nations: the Net versus Gross Output Controversy and its Ramifications", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg.25-28
- Maddison,A.(1987) "Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assesment", *Journal of Economic Literature* 25, pg.649-698
- Magnus,J.R., Woodland,A.D.(1990) "Separability and Aggregation", *Economica* 57, pg.239-247
- Metcalf,S.(1987) "Technical Change" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 4, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.617-620
- Mohr,M.F.(1992) "Recent and Planned Improvements in the Measurement and Deflation of Services Outputs and Inputs in BEA's Gross Product Originating Estimates", in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.25-68

- Mukerjee, S., Witte, A.D. (1992) "Measurement of Output and Quality Adjustment in the Day-Care Industry", in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed. Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg. 343-369
- Murray, R. (1992) "Measuring Public-Sector Output: the Swedish Report" in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed. Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg. 517-542
- Nadiri, M.I. (1970) "Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity: a Survey", *Journal of Economic Literature* 8, pg. 1137-1177
- Nadiri, M.I. (1982) "Producers Theory" in *Handbook of Mathematical Economics II*, ed. K.J. Arrow e M.D. Intriligator, North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York and Oxford, pg. 431-490
- Nelson, R.R. (1981) "Research on Productivity Growth and Productivity Differences: Dead Ends and Departures", *Journal of Economic Literature* 19, pg. 1029-1064
- Nguyen, S.V., Kokkelenberg, E.C. (1992) "Measuring Total Factor Productivity, Technical Change and the Rate of Returns to Research and Development", *The Journal of Productivity Analysis*, n° 2, pg. 269-282
- Norsworthy, J.R. (1984) "Growth Accounting and Productivity Measurement", *The Review of Income and Wealth* 30, pg. 309-329
- Norsworthy, J.R., Malmquist, D.H. (1983) "Input Measurement and Productivity Growth in Japanese and U.S. Manufacturing", *The American Economic Review* 73, n° 5, pg. 947-967

- Norwood,J.L.(1985) "Comment: Measurement of Output and Productivity in the Service Sector", in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed. R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.131-133
- Ouellette,P., Lasserre,P.(1985) "Mesure de la Productivité: la Méthode de Divisia", *L'Actualité Economique* 61, n^o 4, pg.507-526
- Pack,H.(1994) "Endogenous Growth Theory: Intellectual Appeal and Empirical Shortcomings", *The Review of Economic Perspectives* 8, n^o 1, pg.55-72
- Picard,H., Stepanian,P., Wagner,C.(1993) "Mesures d'Effet Qualité dans les Prix des Services", *Cinquième Colloque de Comptabilité Nationale de l'Association de Comptabilité Nationale*, 12/14 Dezembro 1993, Paris
- Rees,A.(1980) "Improving Productivity Measurement" *The American Economic Review* 70, Maio, pg.340-342
- Rothschild,M.(1992) "Comment: the Output of the Education Sector" in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.339-341
- Robinson,J.(1953-54) "The Production Function and the Theory of Capital", *The Review of Economic Studies* 21, pg.81-106
- Romer,P.M.(1987) "Crazy Explanations for the Productivity Slowdown", *NBER Macroeconomics Annual*, ed.S.Fisher, The MIT Press, Cambridge and London, pg.163-210
- Romer,P.M.(1990) "Capital, Labor and Productivity", *Brookings Papers on Economic Activity - Microeconomics*, pg.337-367
- Romer,P.M.(1994) "The Origins of Endogenous Growth", *The Review of Economic Perspectives* 8, n^o 1, pg.3-22

- Rosen,S.(1987) "Human Capital", in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 2, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.681-690
- Sato,K.(1987) "Ideal Indexes" in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics*, ed. J.Eatwell, M.Milgate, P.Newman, London, MacMillan, pg.711-712
- Sherwood,M.K.(1994) "Difficulties in the Measurement of Service Outputs", *Monthly Labor Review* 117, n^o 3, pg.11-19
- Siegel,D., Griliches,Z. (1992) "Purchasing Services, Outsourcing, Computers and Productivity in Manufacturing" in *Output Measurement in the Service Sectors*, *Studies in Income and Wealth* 56, ed.Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg.429-458
- Solow,R.(1955-56) "The Production Function and the Theory of Capital", *The Review of Economic Studies* 23, pg.101-108
- Solow,R.(1957) "Technical Change and the Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics* 39, n^o 3, pg.312-320
- Solow,R.(1994) "Perspectives on Growth Theory", *The Review of Economic Perspectives* 8, n^o 1, pg.45-54
- Star,S., Hall,R.E.(1976) "An Approximate Divisia Index of Total Factor Productivity", *Econometrica* 44, n^o 2, pg.257-263
- Summers,R.(1985) "Services in the International Economy" in *Managing the Service Economy - Prospects and Problems*, ed.R.Inmam, Cambridge University Press, Cambridge, pg.27-48
- Tachibanaki,T.(1976) "Quality Change in Labor Input: Japanese Manufacturing", *The Review of Economic Studies* 58, pg.293-299

- Triplett, J.E. (1987) "Hedonic Functions and Hedonic Indexes", in *The New Palgrave - A Dictionary of Economics* 2, ed. J. Eatwell, M. Milgate, P. Newman, London, MacMillan, pg. 630-634
- Triplett, J.E. (1990) "Hedonic Methods in Statistical Agency Environments: an Intellectual Biopsy", in *Fifty Years of Economic Measurement*, Studies in Income and Wealth 54, ed. E.R. Berndt e J.E. Triplett, The University of Chicago Press, Chicago, pg. 207-233
- Triplett, J.E. (1992 a) "Comment: Measurement and Efficiency Issues in Commercial Banking", in *Output Measurement in the Service Sectors*, Studies in Income and Wealth 56, ed. Zvi Griliches, The University of Chicago Press, Chicago, pg. 287-296
- Triplett, J.E. (1992 b) "Economic Theory and BEA's Alternative Quantity and Price Indexes", *Survey of Current Business* 72, n° 4, pg. 49-52
- Vincent, A.L.A. (1968) *La Mesure de la Productivité*, Paris, Dunod.
- Weisbrod, B. (1992) "Productivity and Incentives in the Medical Care Sector", *The Scandinavian Journal of Economics* 94, Suplemento, pg. 131-145
- Whitaker, J.K. (1968) "Capital Aggregation and Optimality Conditions", *The Review of Economic Studies* 35, pg. 429-442

